

Introduction 1. Réveillons nos (trop vagues?) souvenirs

I. Je me souviens ...

A. Définition de « grandeurs proportionnelles »

Définition 1. Deux grandeurs sont *proportionnelles* si on passe des valeurs de l'une aux valeurs de l'autre en multipliant *toujours* par le *même* nombre.

Ce nombre est appelé *coefficient de proportionnalité*.

B. Comment savoir si des grandeurs sont proportionnelles ou non ?

Propriété 2. Pour savoir si deux grandeurs proportionnelles, on peut

- soit utiliser la *définition* (est-ce qu'on multiplie toujours par le même nombre pour passer d'une grandeur à l'autre ? Si oui, ce nombre est le coefficient de proportionnalité)
- soit s'assurer qu'elles *varient proportionnellement*, c'est à dire que si l'une est multipliée par 2 (ou n'importe quel autre nombre), l'autre l'est aussi ; et si l'une est divisée par 4 (ou n'importe quel autre nombre), l'autre l'est aussi.

Exercice 2. [Ardoise] Les grandeurs suivantes sont-elles proportionnelles ?

C. Calcul d'une valeur / Opérations possibles dans un tableau de proportionnalité

Exemple 3. On sait qu'en courant à vitesse régulière, Tristan a parcouru 4,9 km en 1h10 et on veut savoir quelle distance il parcourra en 1h30 s'il conserve le même rythme.

Une façon de faire ce calcul est le *retour à l'unité* (c'est à dire qu'on fait d'abord le calcul pour une minute) : En 70 minutes, il parcourt 4,9 km donc en 1 minute, il parcourt 70 fois moins c'ad' $\frac{4,9}{70} = \frac{49}{700} = \frac{7}{100} = 0,07$ km . En 1h30 donc 90 minutes, il parcourra $90 \times 0,07 = 6,3$ km.

On peut aussi faire un tableau de proportionnalité et utiliser les techniques suivantes :

Propriété 3. Dans un tableau de proportionnalité, on peut construire une nouvelle colonne

- en multipliant les valeurs d'une colonne par un même nombre.
- en divisant les valeurs d'une colonne par un même nombre.
- en additionnant deux colonnes.

D. Cas particuliers important de grandeurs proportionnelles (vues en 5ème)

1. Pourcentages

Propriété 4. Pour calculer 95% du nombre 120, on calcule

$$\frac{95}{100} \times 120 = 0,95 \times 120 . \text{ [Cette méthode se généralise à d'autres nombres]}$$

100	120
95	

2. Échelles

Propriété 5. La distance sur la carte est proportionnelle à la distance réelle. Le coefficient de proportionnalité est l'échelle. Une *échelle* de 1:100 000 signifie que 1 cm sur la carte correspond à 100 000 cm dans la réalité. On dit que la carte est « au un cent millième ».

¹ c'est à dire

II. Déterminer une quatrième proportionnelle par l'égalité des produits en croix

Oral : Expliquons les mots du titre

Définition 6. Dans une situation de proportionnalité, on appelle **quatrième proportionnelle** le 4^{ème} nombre (x) calculé à partir de **trois** autres nombres déjà **connus** (a , b et c).

a	c
b	$x ?$

a , b et c sont différents de zéro.

Propriété 7.

▪ Si

a	a'
b	b'

 est un tableau de proportionnalité (ce qui est le cas s'il correspond à des grandeurs A et B proportionnelles), **alors**, les produits en croix sont égaux c'est-à-dire que $ab' = ba'$.

▪ Réciproquement, **si** les produits ab' et ba' sont égaux **alors**

a	a'
b	b'

 est un tableau de proportionnalité

On dessine parfois une petite croix dans le tableau pour rappeler quels produits sont égaux.

a	a'
b	b'

Cette propriété donne une nouvelle technique de calcul d'une quatrième proportionnelle, appelée la technique de l'**égalité des produits en croix**.

○ Exemple 4. [page de droite ?] cinq baguettes coûtent 4,25 €. Calculons le prix x de trois baguettes.

Le prix du pain est proportionnel au nombre de baguettes achetées.

Nombre de baguettes	5	3
Prix en €	4,25	$x ?$

L'égalité des **produits en croix** permet d'écrire :

$$5 \times x = 3 \times 4,25$$

$$\text{Donc : } x = 3 \times 4,25 \div 5$$

$$x = 2,55 \text{ €}$$

Oral : On verra qu'à chaque fois, le nombre cherché est égal au produit des nombres de la diagonale divisé par celui qui est en face.

Démonstration de « \Rightarrow » de P7 page de droite à faire après l'exemple.

○ Activité 3 p 118 de Phare 2007 pour exos guidés du même type.

III. Caractériser graphiquement la proportionnalité

○ Activité 5 p 119 de Phare 2007

A. Propriété directe

Propriété 8.

Si des grandeurs sont proportionnelles,

alors, sur le graphique qui représente une grandeur en fonction de l'autre, les points sont alignés sur une droite qui **passer par l'origine du repère**.

B. Propriété réciproque

Propriété 9. **Si** lorsque l'on représente une grandeur en fonction d'une autre les points correspondants sont alignés sur une droite qui passe par l'origine du repère, **alors** les grandeurs sont proportionnelles.

Proportionnalité en 4^{ème} : OBJECTIFS

Objectifs : Liste à cocher au fur et à mesure de vos révisions

- [6^{ème}] Reconnaître une situation de proportionnalité (définition, ou variations proportionnelles).
- [6^{ème}, 5^{ème}, 4^{ème}] Reconnaître si un tableau de nombres est un tableau de proportionnalité.
- [6^{ème}, 5^{ème}, 4^{ème}] Compléter un tableau de proportionnalité, en particulier déterminer une quatrième proportionnelle (càd déterminer un nombre du tableau à partir de trois autres qui sont donnés). Aux méthodes vues les années précédentes (coefficient de proportionnalité, retour à l'unité, additions de colonnes, multiplication de colonnes par un même nombre), s'ajoute en quatrième celle de « l'égalité des produits en croix » ou « règle de trois ».
- [6^{ème}, 5^{ème}, 4^{ème}] Utiliser un pourcentage.
- [6^{ème}, 5^{ème}, 4^{ème}] Calculer un pourcentage.
- [5^{ème}, 4^{ème}] Utiliser l'échelle d'une carte ou d'un dessin pour déterminer des longueurs.
- [5^{ème}, 4^{ème}] Calculer l'échelle d'une carte ou d'un dessin.
- [4^{ème}] Savoir que si des grandeurs sont proportionnelles, alors sur le graphique qui représente une grandeur en fonction de l'autre les points sont alignés sur une droite qui passe par l'origine du repère.
- [4^{ème}] Savoir que si lorsque l'on représente une grandeur en fonction d'une autre les points correspondants sont alignés sur une droite qui passe par l'origine du repère, alors les grandeurs sont proportionnelles.

EXERCICES sur la Proportionnalité en 4^{ème}

Exercice 1. Échelles

Sur une carte de Dakar, 1 cm sur le plan représente 200 mètres dans la réalité.

- 1) Les maisons de Hermine et Mylia sont distantes de 10 cm sur le plan. À quelle distance sont-elles dans la réalité ?
- 2) Les maisons de Solène et Rayana sont distantes de 5 cm sur le plan. À quelle distance sont-elles dans la réalité ?
- 3) Les maisons de Nathaniel et Maxime sont distantes de 15 cm sur le plan. À quelle distance sont-elles dans la réalité ?

Exercice 2. Échelles

Sur un atlas à l'échelle 1/25 000 000 la distance entre Paris et Athènes est 8 cm.

- 1) Calculer la distance réelle entre Paris et Athènes.
- 2) La distance entre Paris et Berlin est 875 km. Quelle est cette distance sur l'atlas ?

Exercice 3. Échelles

Sur une carte routière, 1 cm représente 5 km. Quelle est l'échelle de cette carte ?

Exercice 4. Échelles

Tristan a reçu en cadeau une maquette de bateau. Une fois terminée, elle mesure 21 cm de long. En réalité, la longueur du bateau mesure 52,5 m.

Calculer l'échelle de la maquette.

Exercice 5. Télévision

Un européen qui regarde la télévision pendant 1h30 min visionne 135 000 images.

- 1) Calculer le nombre d'images visionnées par seconde sur un téléviseur en France.
- 2) Aux États-Unis et au Japon la norme est de 30 images par seconde. Calculer le nombre d'images que visionne un habitant de ces pays en 1h30 min.

C'est pour cela qu'il existe 8 zones pour les DVD. Par exemple les USA sont en zone 1 et l'Europe en zone 2.

Table des matières

I. Je me souviens	1
A. Définition de « grandeurs proportionnelles ».....	1
B. Comment savoir si des grandeurs sont proportionnelles ou non ?.....	1
C. Calcul d'une valeur / Opérations possibles dans un tableau de proportionnalité.....	1
D. Cas particuliers important de grandeurs proportionnelles (vues en 5ème).....	1
1. Pourcentages.....	1
2. Échelles.....	1
II. Déterminer une quatrième proportionnelle par l'égalité des produits en croix	2
III. Caractériser graphiquement la proportionnalité	2
A. Propriété directe.....	2
B. Propriété réciproque.....	2

Sources : Mon cours de 5ème, le site mathsb, CNED, le manuel Phare.

B.O.		
Connaissances	Capacités	Commentaires
<p>1.1 Utilisation de la proportionnalité Quatrième proportionnelle.</p> <p>Calculs faisant intervenir des pourcentages.</p> <p>[Thèmes de convergence]</p>	<p>- Déterminer une quatrième proportionnelle.</p> <p>- Déterminer le pourcentage relatif à un caractère d'un groupe constitué de la réunion de deux groupes dont les effectifs et les pourcentages relatifs à ce caractère sont connus.</p>	<p>Aux diverses procédures déjà étudiées s'ajoute le « produit en croix » qui doit être justifié.</p> <p><i>Des situations issues de la vie courante ou des autres disciplines permettent de mettre en œuvre un coefficient de proportionnalité exprimé sous forme de pourcentage.</i></p> <p>Dans le cadre du socle commun, utiliser l'échelle d'une carte pour calculer une distance, calculer un pourcentage deviennent exigibles.</p>
<p>1.2. Proportionnalité * Représentations graphiques.</p> <p>[Thèmes de convergence]</p>	<p>- * Utiliser dans le plan muni d'un repère, la caractérisation de la proportionnalité par l'alignement de points avec l'origine.</p>	<p><i>Cette propriété caractéristique de la proportionnalité prépare l'association, en classe de troisième, de la proportionnalité à la fonction linéaire.</i></p>