Ch 10	Solides de l'espace : Prisme et cylindres	$5^{ème}$ F

Table des matières

Objectifs : *Liste à cocher au fur et à mesure de vos révisions*

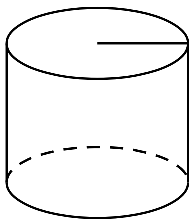
Programme de sixième :

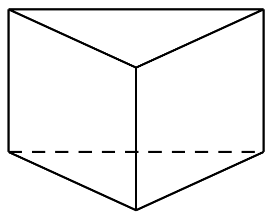
- ☐ savoir représenter un solide en perspective cavalière.
- ☐ savoir utiliser une représentation d'un solide en perspective cavalière, notamment savoir ce qui est représenté en vraie grandeur et savoir ce qui est déformé par la perspective cavalière.
- ☐ connaître et savoir utiliser la formule donnant le volume d'un pavé droit.
- ☐ savoir convertir des volumes exprimées dans une unité d'aire dans une autre unité de volume (avec ou sans tableau), y compris savoir convertir des cm^3 en daL par exemple.
- ☐ connaître la différence entre une valeur exacte et une valeur approchée. Savoir arrondir une valeur au dixième, au centième..etc .
- ☐ savoir construire un patron (et même plusieurs patrons différents) d'un pavé droit.

Ce qui est nouveau en cinquième :

- ☐ savoir construire un patron (et même plusieurs patrons différents) d'un prisme droit et d'un cylindre de révolution.
- ☐ connaître (ou savoir retrouver) et savoir utiliser la formule donnant l'aire latérale d'un prisme droit et d'un cylindre de révolution.
- ☐ savoir calculer l'aire totale d'un prisme droit et d'un cylindre de révolution.
- ☐ connaître et savoir utiliser la formule donnant le volume d'un prisme droit et d'un cylindre de révolution.
- ☐ savoir arrondir un volume au cm^3 près, au mm^3 près ...etc.
- ☐ savoir arrondir un volume au L (litre) près, au dL près ...etc.

♠ Exemple 1 d'introduction des notions. Pour chacun des solides suivants, colorier en vert les deux ***bases*** (= deux faces identiques et parallèles) et dessiner en rouge une hauteur du solide (une ***hauteur*** est un segment qui joint les deux bases et qui a pour longueur la distance entre les deux bases).





I. Prismes droits

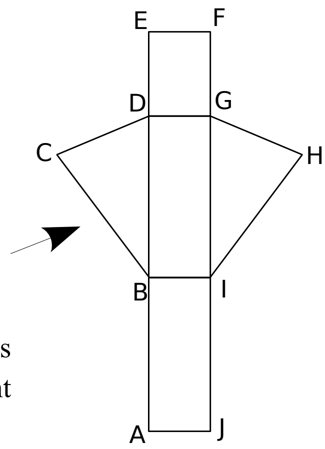
A. Description

<u>Définition</u> : Un ***prisme droit*** est un solide qui a

- deux faces superposables et parallèles qui sont des polygones (triangles, quadrilatère quelconque, rectangle, parallélogramme, pentagone....) ; ces faces sont appelées ***bases ;***
- toutes les autres faces sont des rectangles ; on les appelle ***faces latérales***.

<u>Remarque</u> : Les pavés droits étudies en sixième sont des prismes droits particuliers : Leurs bases sont des rectangles.

<u>Définition</u> : La distance entre les deux bases s'appelle la ***hauteur*** du prisme.



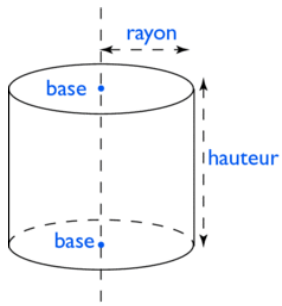
B. Patron d'un prisme droit

<u>Définition</u> : Un ***patron d'un solide*** est une figure en deux dimensions qui, une fois découpée et pliée convenablement, permet de construire le solide.

♠ <u>Exemple 2</u>: Le patron ci-contre permet de construire un prisme à bases triangulaires. Sur ce patron, colorier de la même couleur les arêtes qui seront collées lorsque l'on construira le solide.

II. Cylindres de révolution

A. Description



<u>Définition</u> : Un ***cylindre de révolution*** est un solide qui a

- deux faces superposables et parallèles qui sont des disques; ces faces sont appelées ***bases*** du cylindre;
- une face latérale dont le patron est un rectangle.

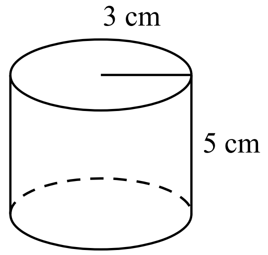
<u>Définition</u> : La distance entre les deux bases s'appelle la ***hauteur*** du cylindre.

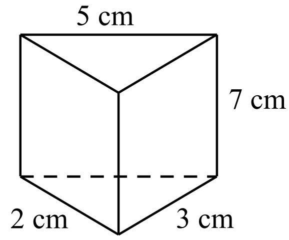
B. Patron d'un cylindre de révolution

♠ <u>Exemple 3</u>: Dessiner ci-dessous un patron d'un cylindre de révolution dont une base à pour diamètre 3 cm et pour hauteur 2,5 cm. Sur ce patron, colorier de la même couleur les lignes qui seront collées lorsque l'on construira le solide.

III. Aire latérale d'un prisme ou d'un cylindre de révolution

♠ Exemple 4. Colorier en vert la surface latérale de chacun des solides suivants puis la dessiner dépliée à l'échelle ½ .





Formule à connaître : Pour un prisme comme pour un cylindre de révolution, quand on déplie la surface latérale, on obtient un rectangle dont

un côté a pour mesure . . . .

et l'autre côté a pour mesure . . . .

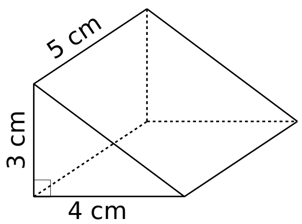
L'aire de la surface latérale est donc $\mathscr{A}_{lat} = \ldots$

IV. Volume d'un prisme ou d'un cylindre de révolution

A. Formule à connaître

Formule à connaître : Pour **calculer le volume d'un prisme droit ou d'un cylindre de révolution**, on multiplie l'aire d'une base par la hauteur : $\boxed{\mathscr{V} = A_{base} \times h}$

♠ Exemple 5. Déterminer le volume du prisme droit suivant :



On calcule l'aire d'une base qui est un triangle rectangle :

$$A_{base} = \frac{4 \times 3}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm}^2.$$

On multiplie l'aire d'une base par la hauteur :

$$V = A_{base} \times h = 6 \times 5 = 30 \text{ cm}^3.$$

Le volume de ce prisme droit vaut 30 cm³.

♠ Exemple 6. Déterminer le volume d'un cylindre de révolution de hauteur 4 cm ayant pour base un disque de rayon 3 cm.

On calcule l'aire d'une base qui est un disque de rayon 3 cm :

$$A_{base} = \pi \times 3^2 = \pi \times 9 = 9\pi \text{ cm}^2.$$

On multiplie l'aire d'une base par la hauteur :

$$V = A_{base} \times h = 9\pi \times 4 = 36\pi \text{ cm}^3.$$

Le volume de ce cylindre de révolution vaut 36 π cm³. Une valeur approchée au mm³ près de ce volume est 113,097 cm³.

B. Conversions d'unités de volume [Révisions de 6ème]

■ ***Pour mesurer des volumes, on utilise <u>deux familles d'unités</u>*** :

- Le ***mètre cube*** (noté m^3), qui représente le volume d'un cube d'un mètre de côté ainsi que ses multiples (km^3 , hm^3 , dam^3) et ses sous-multiples (dm^3 , cm^3 , mm^3).
- Le ***litre (L)***, qui est la quantité de liquide que peut contenir un cube d'un décimètre de côté (1L = 1 dm^3) ainsi que ses multiples (kL, hL, daL) et ses ses sous-multiples (dL, cL, mL).

■ ***<u>Propriétés</u>*** :

- Pour avoir une idée intuitive des unités de volume, pensez que $1\,cm^3$ est le volume d'un cube d'un centimètre de côté, que $1\,dm^3$ est le volume d'un cube d'un décimètre de côté ...etc et que 1 L est le volume d'une brique de lait.
- Dans un cm^3 , il y a $1000\,mm^3$. De façon plus générale, pour passer d'une unité de cette famille à la suivante, on multiplie par 1000....et voilà pourquoi chaque colonne du tableau est divisée en 3 ! (On s'en rappelle facilement à cause du 3 en exposant dans cm^3).
- Dans la famille des litres par contre, les colonnes du tableau ne sont pas divisées.
- Pour passer d'une famille d'unité à l'autre, on utilise le fait que $\boxed{\mathbf{1\,L=1\,dm^3}}$ ou que $\boxed{1\,mL=1\,cm^3}$

■ ***Tableau de conversions et équivalences entre les deux familles d'unités***

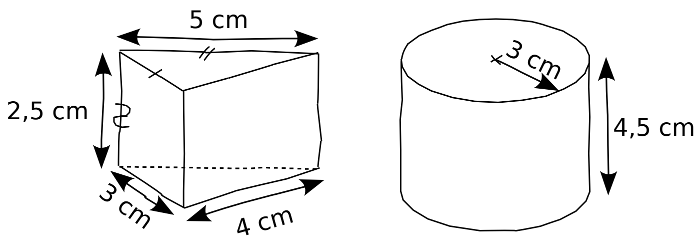
<table>
<tr><th>Famille des m³</th><th colspan="3">km³</th><th colspan="3">hm³</th><th colspan="3">dam³</th><th colspan="3">m³</th><th colspan="3">dm³</th><th colspan="3">cm³</th><th colspan="3">mm³</th></tr>
<tr><td>Famille des L</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>kL</td><td>hL</td><td>daL</td><td>L</td><td>dL</td><td>cL</td><td>mL</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

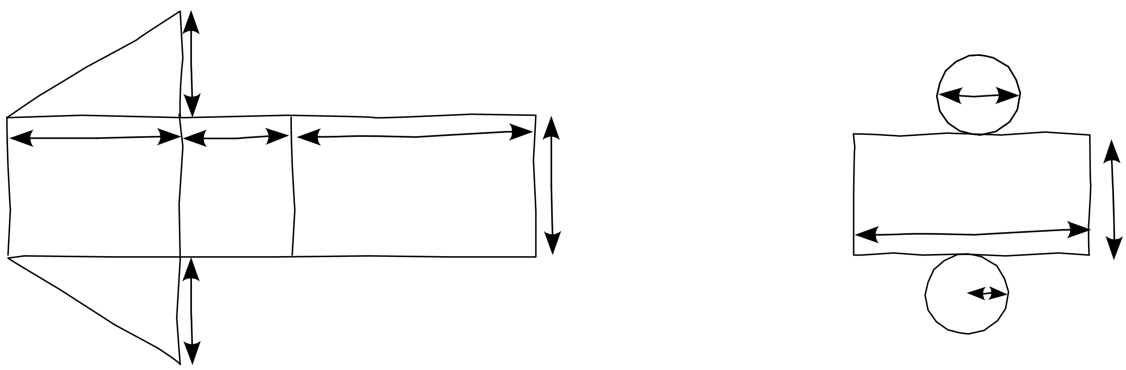
Sources : Le manuel Sésamath, les cahiers MathEnPoche, le livre Décimale, le livre Triangle et mes idées.

Exercices de MathEnPoche

♠ <u>MEP 7</u>. Patrons de solides

On a dessiné ci-contre les schémas de deux solides en perspective cavalière puis leur patron ci-dessous. Sur chacun des patrons, indique les longueurs que tu connais et code les segments de même longueur :



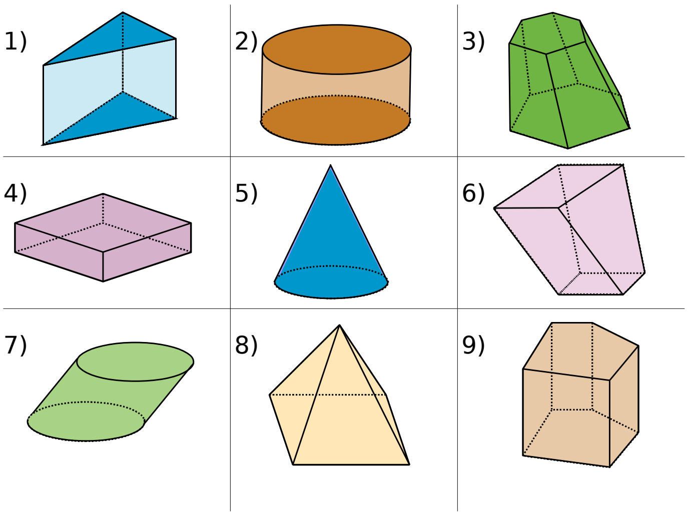


Exercices MathEnPoche

♠ MEP 8. **Reconnaître des solides**

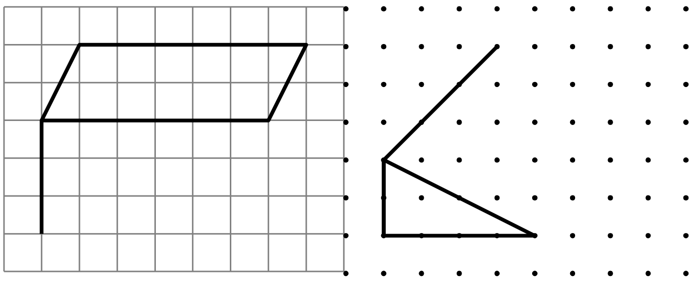
Définition: Un ***prisme droit*** est un solide qui a deux faces polygonales superposables, appelées ***bases*** et dont toutes les autres faces sont des rectangles.

Parmi les solides suivants, quels sont ceux qui sont des cylindres de révolution ? Des prismes droits (précise alors la nature des bases) ? Explique tes réponses.



♠ MEP 9. **Révision des règles de perspective cavalière [6eme]**

Complète les figures suivantes pour obtenir des représentations en perspective cavalière d'un prisme droit.



Rappel : **Rappels sur la perspective cavalière** :

- Les arêtes qui sont parallèles dans la réalité sont représentées par des arêtes parallèles sur le dessin.
- Les arêtes cachées sont représentées en pointillés.
- Les parties du solide qui sont vues exactement de face (en général la face avant) sont en vraie grandeur sur le dessin..

♠ MEP 10. Pour chaque solide, calcule son aire latérale approchée au centième près (on prendra 3,14 comme valeur approchée de π) :

Un cylindre de hauteur 4 cm et dont le rayon de la base est 5 cm :

A = ...

Un prisme droit de hauteur 6 cm et dont la base est un losange de côté 7,2 cm :

A = ...

Un prisme droit de hauteur 0,1 dm et dont la base est un octogone régulier de côté 1 cm :

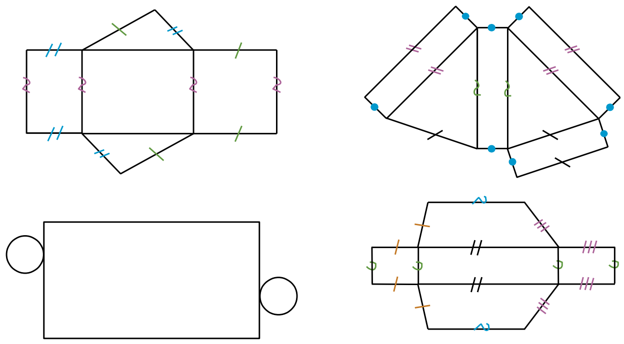
A = ...

Un cylindre de hauteur 30 mm et dont le diamètre de la base est de 8 cm :

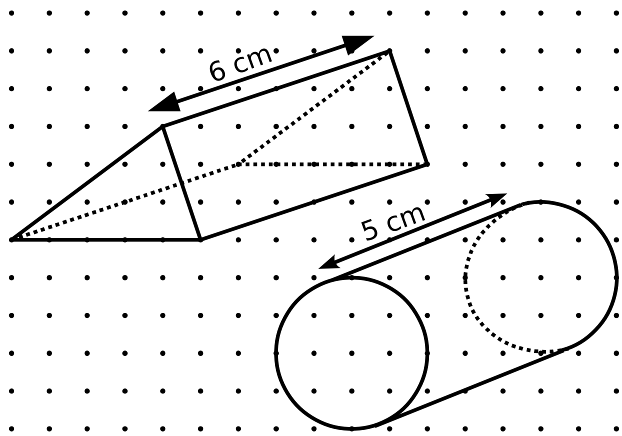
A = ...

♠ MEP 11. **Patrons de solides**

Parmi les patrons suivants, lesquels sont des patrons de prismes droits, de cylindres ? Pour ceux qui ne le sont pas, explique pourquoi.



♠ MEP 12. *Trace les patrons des solides suivants représentés en perspective cavalière (1 carreau correspond à 0,5 cm) :*



♠ MEP 13. **Perspective cavalière.** *Dans chaque cas, complète le dessin de façon à obtenir la représentation en perspective cavalière d'un prisme droit :*