♠ Exercice 1. **Fonction carré.**

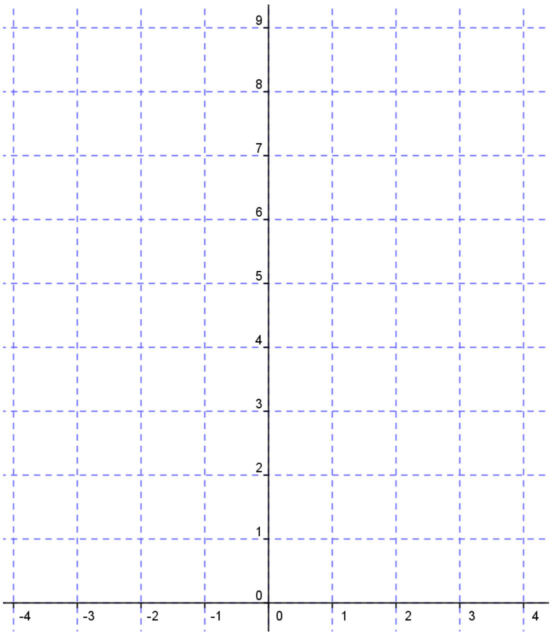
Définition : La fonction ***carré*** est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2$.

1) Courbe représentative

a) Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	-4	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4
$f(x)=x^2$											

b) En déduire un tracé précis de la courbe représentative de la fonction carré. Courbe à connaître !



c) Résoudre graphiquement l'inéquation $x^2 \leqslant 9$. *Justifier.*

Réponse et justification : On trace . . . .

. . . .

Les solutions de l'inéquation $x^2 \leqslant 9$ *sont* . . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

d) Résoudre graphiquement l'inéquation $x^2>4$. *Justifier.*

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

2) Tableau de variations →

Au vu de la courbe précédente, conjecturer le tableau de variation de la fonction carré.

(La démonstration de cette conjecture se fera plus tard.)

Tableau de variations de la fonction carré :

3) Fonction carré et inégalités

Étant donnés deux nombres a et b avec $a<b$, dans quel ordre sont rangés leurs carrés a^2 et b^2 ?

Propriété :

. . . .

. . . .

. . . .

. . .

Démonstration :

. . . .

. . . .

. . . .

♠ Exercice 2. Fonction inverse

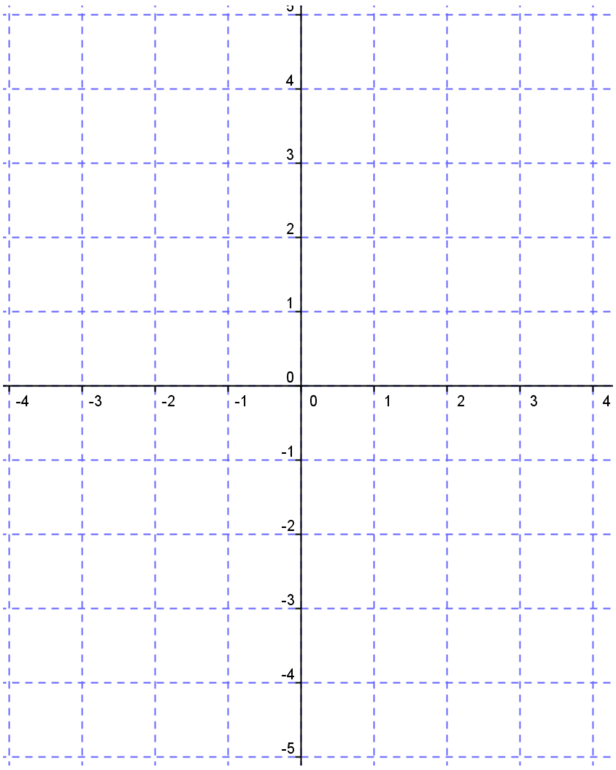
Définition : La fonction ***inverse*** est la fonction définie sur $]-\infty\,;\,0[\cup]0\,;\,+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{1}{x}$.

1) Courbe représentative

a) Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	-3	-2	-1	$\frac{-1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3
$f(x)=\frac{1}{x}$											

b) En déduire un tracé précis de la courbe représentative de la fonction inverse. Courbe à connaître !



c) Résoudre graphiquement l'inéquation $\dfrac{1}{x}\leqslant-\dfrac{1}{3}$.

Justifier.

d) Résoudre graphiquement l'inéquation $\dfrac{1}{x}\leqslant 2$.

2) Tableau de variations

Au vu de la courbe précédente, conjecturer le tableau de variation de la fonction inverse.

(La démonstration de cette conjecture se fera plus tard.)

Tableau de variations de la fonction inverse :

3) Fonction inverse et inégalités

Étant donnés deux nombres a et b avec $a<b$, dans quel ordre sont rangés leurs inverses $\dfrac{1}{a}$ et $\dfrac{1}{b}$?

Propriété :

Démonstration :

Fonctions de référence **Fonction carré et Fonction inverse**	**2^{nde}**

Objectifs du chapitre : Vous devez ....

☐ Connaître les variations de la fonction carré et les règles de manipulation d'inégalités qui en découlent.

☐ Connaître les variations de la fonction inverse et les règles de manipulation d'inégalités qui en découlent.

☐ savoir représenter les fonctions carré et inverse (être capable de tracer leurs courbes représentatives en quelque secondes à tout instant).

Et on retrouve des objectifs des chapitres ou des années précédentes :

☐ savoir développer et factoriser une expression (facteur commun, identités remarquables).

☐ savoir identifier la forme la plus adaptée (développée, factorisée) d'une expression en vue de la résolution d'un problème.

☐ savoir déterminer le signe d'une expression en utilisant si nécessaire un tableau de signes.

Objectifs en termes de TICE (rien de nouveau)

☐ savoir obtenir un tableau de valeurs d'une fonction à la calculatrice.

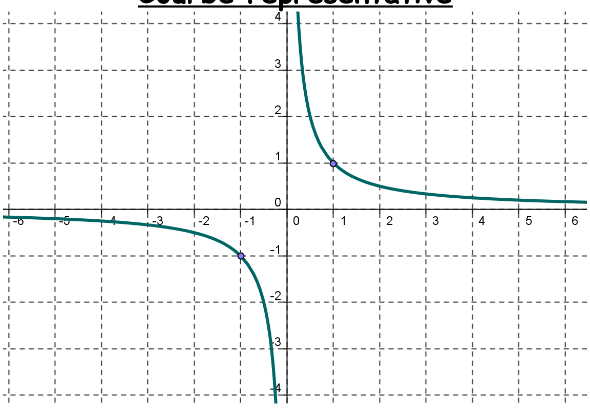
☐ savoir tracer la courbe représentative d'une fonction à la calculatrice.

☐ savoir utiliser la fonction « Trace » de la calculatrice pour déterminer une valeur approchée des coordonnées d'un point de la courbe.

I. La fonction inverse

Définition 1. La fonction ***inverse*** est la fonction définie sur $]-\infty\,;\,0[\cup]0\,;\,+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{1}{x}$.

Courbe représentative



Variations

▪ **Tableau de variations**

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)=\dfrac{1}{x}$	↘	‖	↘

▪ La fonction inverse est strictement décroissante sur $]-\infty\,;0[$ et sur $]0\,;+\infty[$ (mais <u>pas</u> sur $]-\infty\,;0[\cup]0\,;+\infty[$

Les variations de la fonction inverse permettent de déduire les règles suivantes :

Règle de manipulation des inégalités 2.

▪ Si $a>0$ et $b>0$ avec $a<b$ alors $\dfrac{1}{a}>\dfrac{1}{b}$ (inégalités retournées)

▪ Si $a<0$ et $b<0$ avec $a<b$ alors $\dfrac{1}{a}>\dfrac{1}{b}$ (inégalités retournées)

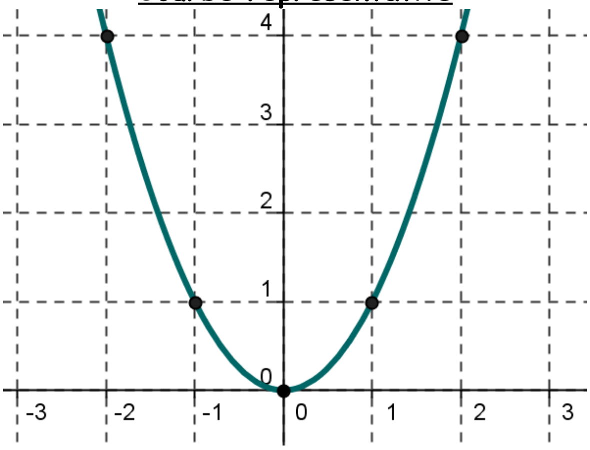
▪ Mais si a et b n'ont pas le même signe, par exemple, si $a<0$ et $b>0$ alors on a $a<b$ et $\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$ (inégalités restant dans le même sens).

Résumé : « *La fonction inverse retourne les inégalités à condition que les deux membres aient le même signe* ».

II. La fonction carré

Définition 3. La fonction ***carré*** est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2$.

Courbe représentative



Variations

▪ **Tableau de variations**

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)=x^2$	↘	0	↗

▪ La fonction carré est strictement décroissante sur $]-\infty;0]$ et strictement croissante sur $[0;+\infty[$.

Les variations de la fonction carré permettent de déduire les règles suivantes :

Règle de manipulation des inégalités 4.

▪ Si $a>0$ et $b>0$ avec $a<b$ alors $a^2<b^2$ (inégalités dans le même sens)

▪ Si $a<0$ et $b<0$ avec $a<b$ alors $a^2>b^2$ (inégalités retournées)

▪ Mais si a et b n'ont pas le même signe, par exemple, si $a<0$ et $b>0$ alors on a $a<b$ et mais *on ne sait pas* dans quel ordre vont être rangés a^2 et b^2.

♠ Exercice 3. Exemples qui prouvent que si a et b n'ont pas le même signe, alors, même si on sait que a<b, il n'y a pas de règle générale pour savoir dans quel ordre sont rangés leurs carrés.

$a=..........<0<b=..........$ et $a^2=..........<b^2=..........$

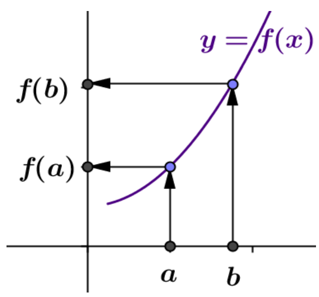
$a=..........<0<b=..........$ et $a^2=..........>b^2=..........$

Évidemment, si on ne connaît pas le signe de a et b même si on sait que a<b, il n'y a pas de règle générale pour savoir dans quel ordre sont rangés leurs carrés !

RAPPELS :

Définition 5. Soit f une fonction définie sur un intervalle I.
On dit que f est ***croissante sur I*** ssi
pour tout $a, b \in I$, si $a<b$ alors $f(a) \leqslant f(b)$

- $f(a)$ et $f(b)$ sont dans le même ordre que a et b.
- La courbe représentative de f semble monter.
- f préserve le sens des inégalités.



Définition 6. Soit f une fonction définie sur un intervalle I.
On dit que f est ***décroissante sur I*** ssi
pour tout $a, b \in I$, si $a<b$ alors $f(a) \geqslant f(b)$

- $f(a)$ et $f(b)$ sont dans l'ordre inverse de a et b.
- La courbe représentative de f semble descendre
- f inverse le sens des inégalités (= retourne les inégalités)