♠ Exercice 1. Introduction et vocabulaire. On lance un dé non truqué dont les faces sont numérotées de 1 à 6 On considère le nombre obtenu.

Vocabulaire	Signification	Illustration avec notre exemple
Univers (noté Ω) → *Choisir un univers, c'est modéliser la situation.*	L'*univers* est l'ensemble de toutes les issues possibles d'une expérience aléatoire	**1)** $\Omega =$ . . . .
Événement	Un *événement* est un sous-ensemble de l'ensemble Ω.	**2)** A = « Obtenir un nombre impair» A = ... **3)** B = « Obtenir un nombre multiple de trois » : B = ... **4)** C= « Obtenir un nombre supérieur à 4» C = ... **5)** D = « Obtenir un nombre inférieur à 5 » D = ...
Événement ***élémentaire*** (noté ω)	Un événement qui contient une seule issue est appelé *événement élémentaire*.	**6)** « Obtenir 4 » = (les issues) . . . . « Obtenir 4 » est-il un événement élémentaire ? . . . . **7)** « Obtenir un nombre pair» = (les issues) . . . . « Obtenir un nombre pair » est-il un événement élémentaire ? . . . . **8)** « Obtenir . . . . » est un événement élémentaire.
Événements ***incompatibles*** (On note alors $A\cap B=\emptyset$)	Ce sont de événements qui n'ont pas d'issues en commun Ex : «Avoir la moyenne au DS» et « avoir mois de 5 au DS» sont des événements incompatibles : Ils ne peuvent pas se produire simultanément.	**9)** A et B sont-ils incompatibles ? . . . . **10)** C et D sont-ils incompatibles ? . . . .
Événements ***contraires*** (L'événement contraire de A se note $\overline{A}$)	Des *événements contraires* sont deux événements incompatibles dont la réunion forme la totalité des issues (Ω) Ex : Le contraire de «n'avoir que des garçons» et « avoir au moins une fille». Ex ;: Le contraire de « tirer un roi » est « tirer une carte qui n'est pas un roi ».	**11)** $\overline{A}$ = (avec des mots) « . . . . . . **12)** $\overline{A}$ = (les issues) . . .
Événement "A ***<u>et</u>*** B" (Noté $A\cap B$)	Événement constitué des issues communes aux 2 événements. = ensemble des issues pour lesquelles les conditions A et B sont <u>toutes deux</u> réalisées.	**13)** $A\cap B$ = (avec des mots) « . . . . . . **14)** $A\cap B$ = (les issues) . . . .
Événements "A ***<u>ou</u>*** B" (Noté $A\cup B$)	Événement constitué de toutes les issues des deux événements = ensemble des issues pour lesquelles la condition A <u>ou</u> la condition B <u>ou</u> les deux sont réalisées.	**15)** $B\cup C$ = (avec des mots) « . . . . . . **16)** $B\cup C$ = (les issues) . . . .

Ch 5	Probabilités	2nde

Table des matières

♠ Exercice 2. Lancer d'un dé pipé.
Un dé cubique, dont les faces sont numérotées de 1 à 6, est truqué de la façon suivante :

- Les faces impaires ont toutes la même probabilité d'apparition.
- Les faces paires ont toutes la même probabilité d'apparition.
- La probabilité d'apparition d'une face paire quelconque est le triple de celle d'une face impaire.

1) Quelles sont les issues possibles ? Il s'agit de définir un univers associé à cette expérience aléatoire.
2) Déterminer la loi de probabilité définie par un lancer de ce dé.
3) Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre pair ? (Événement A)
4) Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre strictement supérieur à 3 ? (Événement B)
5) Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre inférieur ou égal à 3 ?
6) Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre strictement supérieur à 3 et pair ?
7) Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre strictement supérieur à 3 ou pair ?

I. Expérience aléatoire et vocabulaire des probabilités

Définitions :

- Une expérience est dite ***aléatoire*** lorsqu'elle a plusieurs issues possibles mais que l'on ne peut pas savoir d'avance laquelle va se produire.
- On appelle ***univers*** (noté Ω) l'ensemble des issues.
- Un ***événement*** est un sous-ensemble de l'univers.
- Un événement qui contient une seule issue est appelé ***événement élémentaire***.

II. Loi de probabilité et Probabilité d'un événement

A. Loi de probabilité

Indication pour la question 2:

Définition : Définir une ***loi de probabilité*** P sur Ω c'est associer à chaque événement élémentaire ω_i sa probabilité p_i , les p_i étant des nombres appartenant à $[0;1]$ dont la somme vaut 1, c'est à dire tels que $\sum p_i=1$.

■ On note les probabilités des événements élémentaires dans un tableau qui constitue la *loi de probabilité*.

Les événements élémentaires ω_i						
Leurs probabilités p_i						

Et oui, quand on vous demande la loi, on vous demande en fait la probabilité de chacun des événements élémentaires, donc en pratique, un tableau de ce type. *A vos stylos !*

B. Cas particulier : Situation d'équiprobabilité

Définition : Si tous les événements élémentaires ont la même probabilité, on dit qu'ils sont *équiprobables* et que la loi est *équirépartie.*

Propriété : Dans le cas d'une loi équiprobable, pour tout événement A, $P(A)=\dfrac{\textit{Nombre de cas où A est réalisé}}{\textit{Nombre de cas possibles}}$.

Pratique : Grâce à cette formule, les calculs de probabilité sont assez faciles dans les univers où la loi de probabilité est équiprobable donc, au moment du choix de l'univers, on essaie souvent de choisir un univers dans lequel c'est le cas.

Indication pour les questions 3 et 4:

On peut utiliser la loi de probabilité, c'est à dire les probabilités de événements élémentaires pour calculer la probabilité de n'importe que événement, grâce au résultat ci-dessous :

C. Probabilité d'un événement

Propriété : La probabilité d'un événement A s'obtient en additionnant les probabilités de tous les événements élémentaires qui le composent (= ceux pour lesquels A est vrai.)
Autrement dit, pour tout événement A, $P(A)=\sum_{x_i \in A} p_i$.

Remarque : Pour tout événement A, on a $\boxed{0 \leqslant P(A) \leqslant 1}$

Indication pour la question 5:

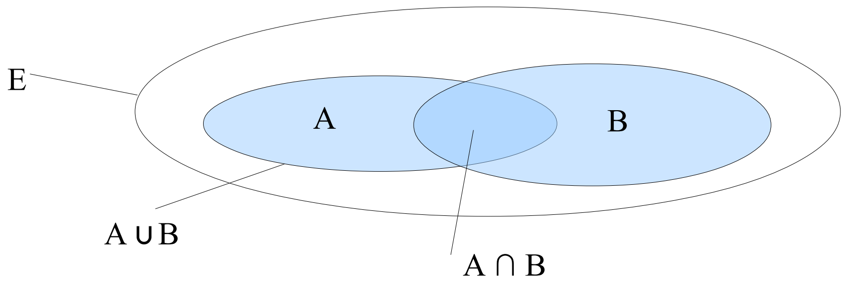
D. Probabilité du contraire d'un événement

Propriété : A étant des événement quelconque, $P(\bar{A})=1-P(A)$.

Indication pour la question 7:

E. Probabilité d'une réunion d'événements

Propriété : A et B étant des événements quelconques, $P(A \cup B)=P(A)+P(B)-P(A \cap B)$.



III. Lien entre probabilités et statistiques

On parle dans un cas de fréquence et dans l'autre de probabilité...parce que ce n'est pas exactement la même chose :

■ Exemples : (1) Vous lancez un dé 10 000 fois et vous notez la fréquence d'apparition de la face 4 : *Vous êtes en train de faire des statistiques.* (2)Vous *imaginez* que vous lancez un dé, vous supposez que le dé est non truqué et vous en *déduisez* que la probabilité d'apparition de la face 4 est de une chance sur 6 : *Vous êtes en train de faire des probabilités.*

Observé	Théorique
Relève du domaine des **statistiques**	Relève du domaine des **probabilités**
Fréquence **(= fréquence observée)** $f_i = \frac{n_i}{N}$ est la fréquence (observée) d'apparition de x_i.	**Probabilité** **(= fréquence théorique)** p_i est la probabilité d'obtenir x_i.
Si on répète la même expérience aléatoire, on peut obtenir des fréquences différentes.	Pour une expérience aléatoire donnée, les probabilités sont uniques.

■ **Le lien entre les deux : la Loi des grands nombres.**

Loi des grands nombres (admise) : Si l'on répète un grand nombre de fois une expérience, la *fréquence* d'une issue, qui est la valeur observée, se rapproche de la *probabilité* de cette issue, qui est la valeur théorique.

IV. Représentation d'expériences aléatoires

Pour représenter une expérience aléatoire, on peut utiliser

- un **diagrammes de Venn** (=dessiner des « patates », très utiles quand il y a des unions « A OU B» ou des intersections d'événements « A ET B»)
- un **arbre** (pour compter les cas favorables dans une situation d'équiprobabilité)
- un **tableau à double entrée**

$\frac{2}{1}$ Exercice 3. Une petite ville compte 5 hôtels. Trois voyageurs s'y arrêtent pour la nuit et choisissent un hotel au hasard. Quelle est la probabilité qu'ils se retrouvent tous les 3 dans le même hôtel?

Fin du cours, debut de mon brouillon

INTRO ORALE

Exemple : lancé d'un dé

Stats : compter les apparitions de chaque face.

Proba = en faire un modèle théorique. Si on lance le dé N fois, la fréquence d'apparition (loi des grands nombres). Ces probas sont déterminées par la théorie.

Proba = théorique, modélisation d'une situation

Stats = empirique

- En pratique, pour définir les probabilités p_i on peut effectuer un très grand nombre de fois l'expérience aléatoire. La fréquence des résultats obtenus permet d'obtenir une estimation de la loi de probabilité. Par exemple, si en lançant 1 000 000 de fois un dé, on obtient 166 724 fois la face "6" on considérera que la probabilité d'obtenir un "6" est d'environ $\frac{166724}{1000000} \approx \frac{1}{6}$.
- A condition de faire certaines hypothèses (par exemple : "le dé n'est pas truqué") les théorèmes du cours permettent de calculer les loi de probabilité de certaines expériences sans avoir recours aux statistiques. Les statistiques peuvent alors servir à valider les hypothèses que l'on a faites au départ.

Loi des grands nombres (admise) : Si l'on répète k fois, dans les mêmes conditions, une expérience E, la fréquence d'une issue de E se rapproche, lorsque k devient grand, de la probabilité p que cette issue se réalise lors d'une seule expérience. Autrement dit, la fréquence, qui est la valeur observée, se rapproche de la probabilité, qui est la valeur théorique.

expérience excel : tirage d'un dé.

face	1	2	3	4	5	6	total
Fréquence (1000 tirages)	0,148	0,168	0,184	0,176	0,156	0,168	1
fréquence théorique	0,167	0,167	0,167	0,167	0,167	0,167	0,167