



Classe de Seconde

**DEVOIR COMMUN
DE
MATHÉMATIQUES**

Vendredi 14 février 2014

Durée de l'épreuve : 2 H 00

Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1 à 6.
Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Il se compose de 4 exercices. Les exercices peuvent être traités dans n'importe quel ordre.

Le devoir est noté sur 20 points.

La maîtrise de la langue, la qualité de la rédaction et le soin apporté à la copie entrent pour une part importante dans l'évaluation.

Les annexes numérotées de 2 à 4 sont à détacher et à rendre avec votre copie.

L'usage de la calculatrice est autorisé, dans le cadre de la réglementation en vigueur.

Exercice 1 : (7,5 points)

Les parties A, B et C de cet exercice sont largement indépendantes.

Partie A : lectures graphiques

Sur le graphique figurant en **annexe 1** on a tracé sur \mathbb{R} les courbes représentatives (C_f) et (C_g) de deux fonctions f et g .

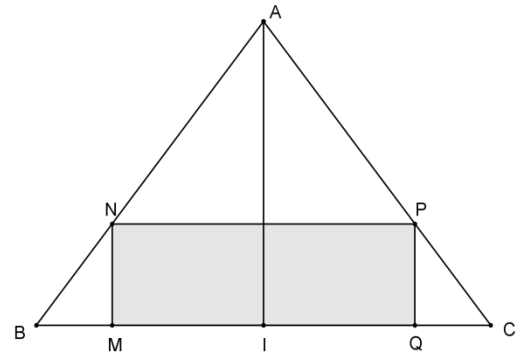
- 1) Quelle est l'image de 0 par la fonction g ?
- 2) Quels sont, s'il en existe, les antécédents de 0 par la fonction f ?
- 3) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq g(x)$.
- 4) À l'aide du graphique, dresser le tableau de variation de la fonction g .
- 5) À l'aide du graphique, construire un tableau donnant le signe de la fonction f .

Partie B : calculs d'aires

ABC est un triangle isocèle de sommet principal A tel que $AB = AC = 5$ et $BC = 6$.

On désigne par I le milieu du segment $[BC]$. À tout point M du segment $[BI]$, on associe le rectangle $MNPQ$ comme le montre la figure ci-contre, I étant alors le milieu du segment $[MQ]$. On pose : $BM = x$.

Dans cette partie on appelle f la fonction qui à x associe l'aire $f(x)$ du rectangle $MNPQ$ et on appelle g la fonction qui à x associe l'aire $g(x)$ du triangle ANP



- 1) Quel est l'ensemble de définition \mathcal{D} des fonctions f et g ainsi définies ?
- 2) Calculer la longueur AI .
- 3) Démontrer que $MN = \frac{4}{3}x$ et que $MQ = 6 - 2x$
- 4) En déduire que, pour tout x appartenant à \mathcal{D} ,

$$f(x) = \frac{4}{3}x(6 - 2x) \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{4}{3}x^2 - 8x + 12$$

Partie C : lien entre les parties A et B

Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) représentées sur \mathbb{R} dans la partie A sont en fait les courbes représentatives des fonctions f et g définies par :

$$f(x) = \frac{4}{3}x(6 - 2x) \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{4}{3}x^2 - 8x + 12$$

- 1) Démontrer que résoudre l'inéquation $f(x) \geq g(x)$ revient à résoudre l'inéquation $(-4x + 4)(x - 3) \geq 0$.
- 2) Résoudre par le calcul l'inéquation $f(x) \geq g(x)$.
- 3) D'après le graphique, pour quelle valeur de x l'aire du rectangle $MNPQ$ est-elle maximale ?
- 4) On considère l'algorithme donné ci-contre.
 - a) Quel message affiche cet algorithme lorsque $x = 2$? Justifier.
 - b) Donner une interprétation du message affiché par cet algorithme en considérant l'énoncé de la partie B.

Variables

x est du type nombre

R est du type nombre

T est du type nombre

Début

Lire x

R prend pour valeur $\frac{4}{3}x(6 - 2x)$

T prend pour valeur $\frac{4}{3}x^2 - 8x + 12$

Si $R \geq T$

Alors afficher "Rectangle"

Sinon afficher "Triangle"

Fin Si

Fin

Exercice 2 : (4 points)

Sur une route normalement limitée à 70 km/h, on relève la vitesse de 5000 automobilistes :

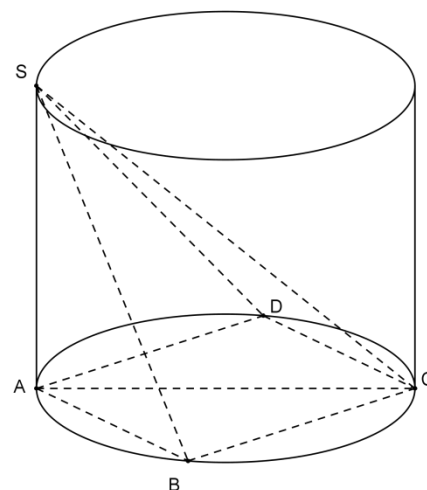
Vitesse (km/h)	[0;30]]30;50]]50;70]]70;100]]100;130]
Effectif	600	900	1800	1200	500

- 1) a) Quelle est la population étudiée ?
b) Quelle est le caractère étudié ?
- 2) Compléter sans justification dans le tableau donné en **annexe 2** les lignes des fréquences et des fréquences cumulées croissantes exprimées en pourcentage.
- 3) Tracer le diagramme des fréquences cumulées croissantes dans le repère donné en **annexe 2** et déterminer graphiquement une valeur approchée à l'unité de la médiane de la série. Ecrire la réponse sur votre copie.
- 4) Déterminer la vitesse moyenne des automobilistes. Faire apparaître les calculs sur votre copie.
- 5) A l'aide des calculs précédents ou du graphique, complétez les phrases figurant en **annexe 2**.

Exercice 3 : (3,5 points)

On considère un cylindre de hauteur $SA = 4 \text{ cm}$ et dont le diamètre du disque de base est $AC = 5 \text{ cm}$.

Sur le cercle de base on place les points B et D tels que ABCD soit un carré comme l'indique la figure ci-dessous.



- 1) Démontrer que le côté du carré ABCD est égal à $\frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$.
- 2) Calculer la valeur arrondie au degré de l'angle \widehat{ASB} .
- 3) Quel pourcentage du volume du cylindre est occupé par la pyramide SABCD ? On arrondira ce pourcentage à l'unité.
- 4) Sur l'**annexe 3** construire un patron de la pyramide SABCD.

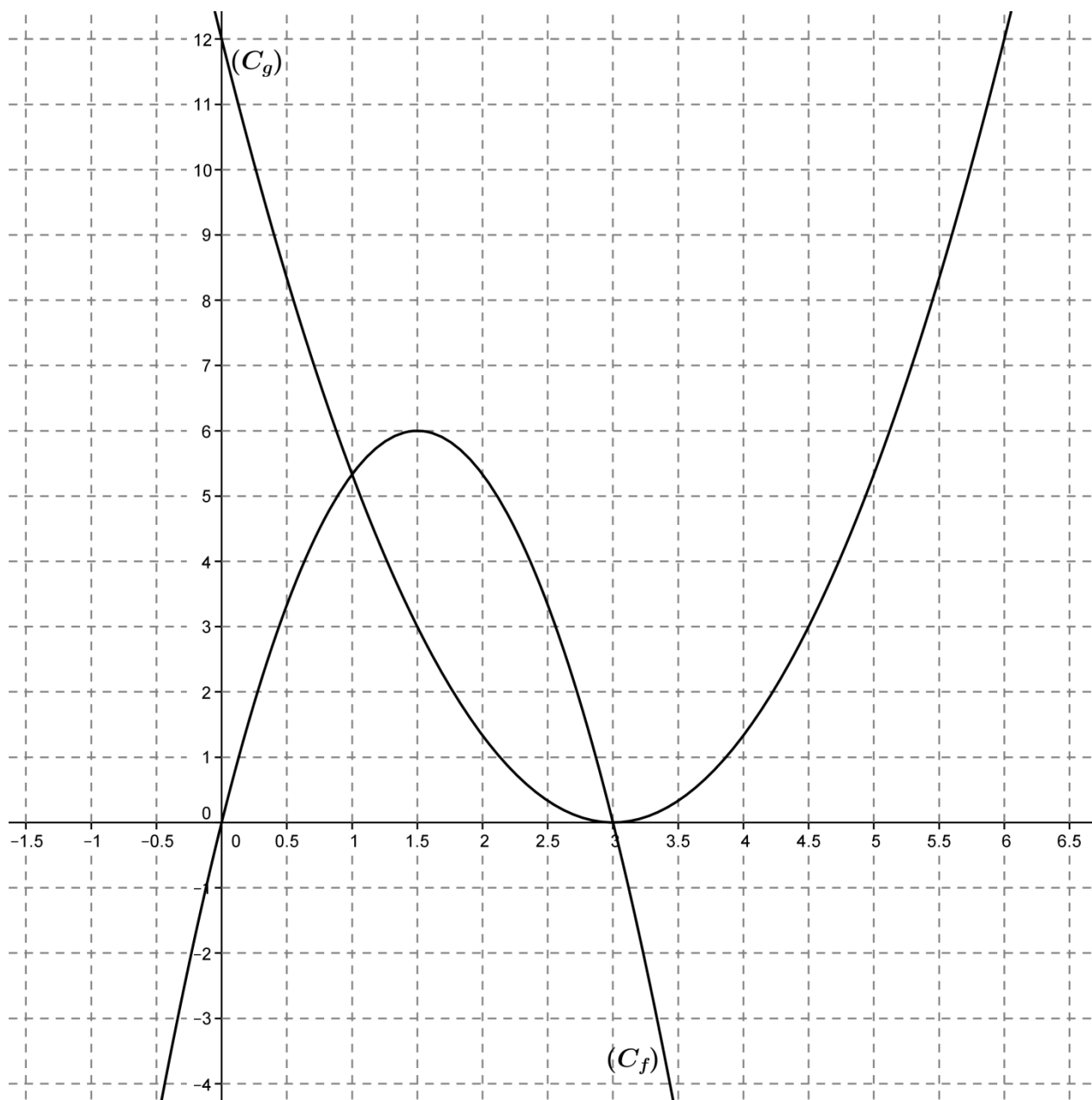
Exercice 4 : (5 points)

Dans le plan muni d'un repère (O, I, J) orthonormé, on considère les points $A(2; 4)$ et $B(10; 0)$.

On réalisera une figure dans le repère donné en **annexe 4**, que l'on complètera au fur et à mesure de l'énoncé.

- 1) Démontrer que le triangle OAB est rectangle.
- 2) Soit $\Omega(5; 0)$. Justifier que le point Ω est le centre du cercle circonscrit au triangle OAB et tracer ce cercle.
- 3) a) Construire le point C symétrique de A par rapport à Ω . Calculer les coordonnées de C .
b) Sans calcul, justifier que $OABC$ est un rectangle.
- 4) Dans cette question, on note (d) la droite d'équation $y = -\frac{2}{9}x$.
 - a) Construire avec précision la droite (d) .
 - b) Déterminer l'équation de la droite (AC) .
 - c) Justifier que les droites (AC) et (d) sont sécantes en un point que l'on notera E , puis calculer les coordonnées du point E .

Annexe à l'exercice 1 : Annexe 1



Annexes à détacher et à rendre avec la copie

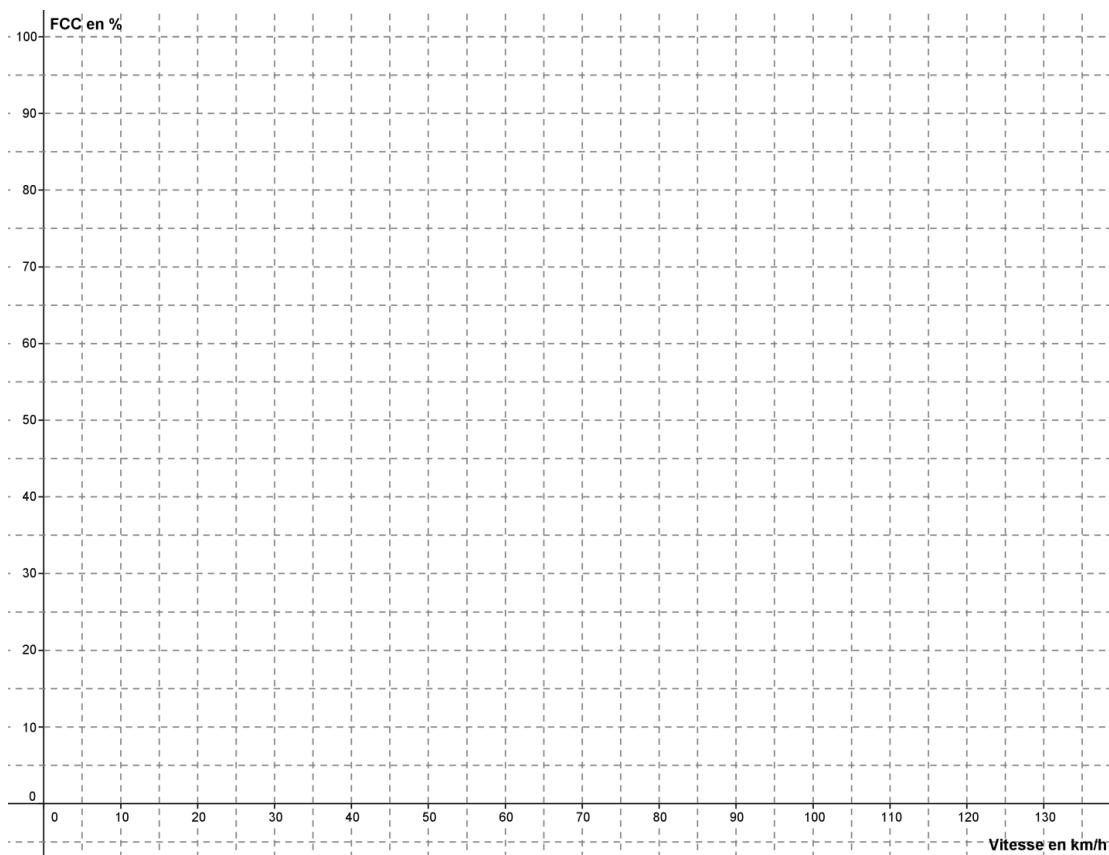
Nom et Prénom :

Annexe à l'exercice 2 : Annexe 2

Question 2)

Vitesse (km/h)	[0;30]]30;50]]50;70]]70;100]]100;130]
Effectif	600	900	1800	1200	500
Fréquences (en %)					
Fréquences cumulées croissantes (en %)					

Question 3)



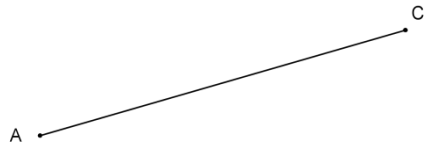
Question 5)

- a) % des automobilistes respectent la limite de vitesse sur cette route.
- b) En France, les automobilistes ont un permis à points. Un excès de vitesse supérieur ou égal à 20 km/h et inférieur à 30 km/h conduit à un retrait de points de deux points. Environ % des automobilistes contrôlés sur cette route perdront deux points à leur permis.
- c) Environ 25 % des automobilistes roulent à plus de km/h sur cette route.
- d) 70 % des automobilistes dépassent km/h sur cette route.
- e) L'écart interquartile de la série des vitesses des automobilistes est d'environ km/h sur cette route.

Annexe à l'exercice 3 : Annexe 3

Patron de la pyramide

(tenir compte du segment $[AC]$)



Annexe à l'exercice 4 : Annexe 4

