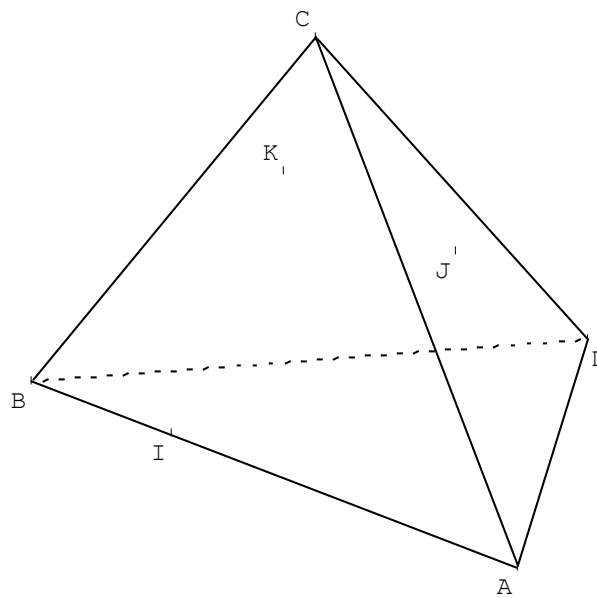


A rendre le lundi 17 septembre au début de l'heure

Exercice 1. Section plane

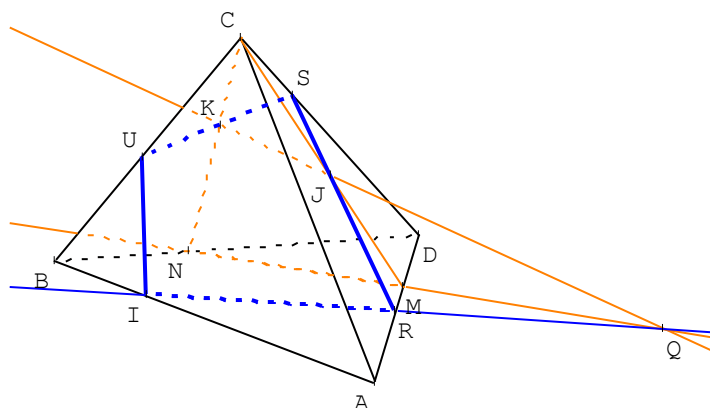
ABCD est un tétraèdre. Le point I est un point de l'arête [AB], J est un point de la face ACD et K est un point de la face BCD.

Construire sur cette feuille la section du tétraèdre ABCD par le plan (IJK). Vous glisserez cette feuille dans une copie double sur laquelle vous justifierez les points essentiels de la construction.



Remarques : 1) Cet exercice a été donné en DS en Première S en 2010 (3 exercices, 1 h.)
2) Pour un corrigé en couleur, voir <http://mathematoques.weebly.com>

■ **Méthode 1** : On utilise la section du tétraèdre par le plan intermédiaire (CJK) pour trouver un point Q qui soit à la fois dans le plan (IJK) et dans le plan (ABD).



Légende :

En traits fins oranges, ce qui se passe dans le plan intermédiaire (CJK).

En traits épais et bleus, la section du tétraèdre par le plan (IJK)

■ On commence par construire la section du tétraèdre par le plan (CJK) :

• Dans le plan (ACD), les droites (CJ) et (AD) sont sécantes en un point que l'on appelle M. De même, soit $N := (CK) \cap (BD)$. M et N sont bien des points de (CJK) car $M \in (CJ) \subset (CJK)$ et $N \in (CK) \subset (CJK)$.

• **Dans le plan (CJK)**, les droites (JK) et (MN) sont sécantes en un point que l'on appelle Q. Q appartient à la fois aux plans (IJK) et (ABD). En effet,

$$\left. \begin{array}{l} Q \in (JK) \subset (IJK) \\ Q \in (MN) \subset (ABD) \end{array} \right\} \Rightarrow Q \in (IJK) \cap (ABD).$$

« (JK) et (MN) sont coplanaires dans le plan (CJK) » ou la version courte « Dans le plan (CJK) » est un argument est indispensable pour prouver que les droites sont effectivement sécantes.

■ On construit maintenant la section du tétraèdre par le plan (IJK) :

◇ Q et I sont tous deux des points de $(IJK) \cap (ABD)$, donc l'intersection des plans (IJK) et (ABD) est la droite (QI).

◇ Dans le plan (ABD), soit $R := (IQ) \cap (AD)$. Comme R et I sont tous deux des points de $(IJK) \cap (ABD)$, [IR] est l'intersection du plan (IJK) et de la face ABD.

◇ Dans le plan (ACD), (JR) coupe (CD) en S. Comme R et J sont tous deux des points de $(IJK) \cap (ACD)$, [RS] est l'intersection du plan (IJK) et de la face ACD.

◇ Dans le plan (BCD), (SK) coupe (BC) en U. Comme K et S sont tous deux des points de $(IJK) \cap (BCD)$, [US] est l'intersection du plan (IJK) et de la face BCD.

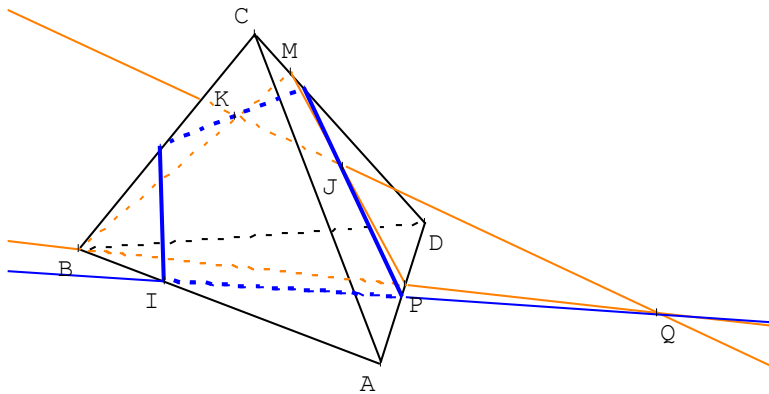
→ L'intersection du plan (IJK) avec les faces du tétraèdre est le quadrilatère IUSR.

Remarque : On aurait pu utiliser un autre plan intermédiaire, voir les deux méthodes ci-dessous. Les étapes intermédiaires de construction sont différentes mais la section obtenue à la fin est évidemment la même.

■ **Méthode 2:** On utilise la section du tétraèdre par le plan intermédiaire (BJK) pour trouver un point Q qui soit à la fois dans le plan (IJK) et dans le plan (ABC).

Rédaction laissée au lecteur.

Idée : Dans le plan (BJK), on commence par construire Q qui appartient à la fois aux plans (IJK) et (ABD). Comme Q et I sont tous deux des points de $(IJK) \cap (ABD) \dots$ etc.



Légende :

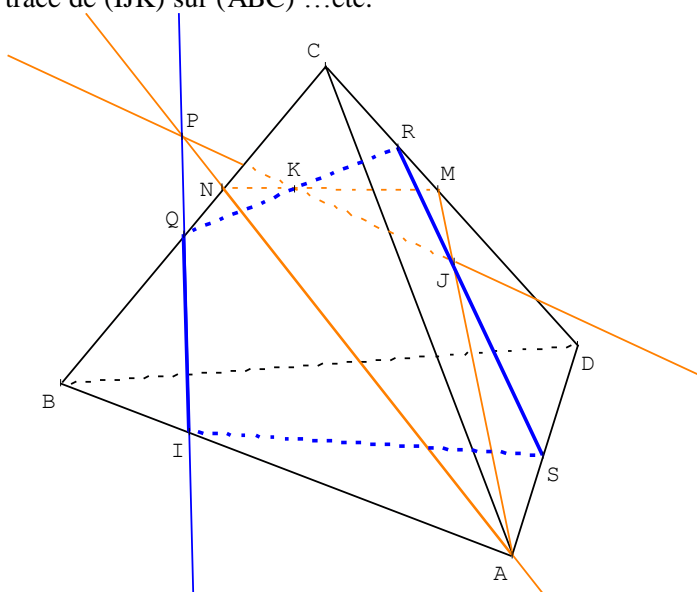
En traits fins oranges, ce qui se passe dans le plan intermédiaire (BJK)

En traits épais et bleus, la section du tétraèdre par le plan (IJK)

■ **Méthode 3:** On utilise la section du tétraèdre par le plan intermédiaire (AJK) pour trouver un point P qui soit à la fois dans le plan (IJK) et dans le plan (ABC).

Rédaction laissée au lecteur.

Idée : Dans le plan (AJK), on commence par construire P qui appartient à la fois aux plans (IJK) et (ABC). Comme P et I sont tous deux des points de $(IJK) \cap (ABC)$, on trace (PI) pour obtenir la trace de (IJK) sur (ABC) ...etc.



Légende :

En traits fins oranges, ce qui se passe dans le plan intermédiaire (AJK)

En traits épais et bleus, la section du tétraèdre par le plan (IJK)