

A rendre le mercredi 26 septembre 2013

1 seul exercice

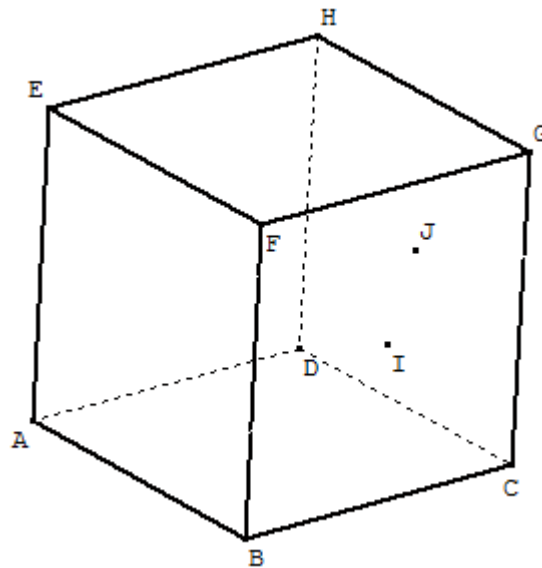
Ce sujet est à rendre avec la copie.

Nom :	Communication: + ± -	Note : $\overline{5}$
Prénom :	Technique : + ± -	
	Raisonnement : + ± -	

Rappel : La rédaction des DM doit être individuelle.

Section d'un cube par un plan.

Le but de l'exercice est de tracer la section du cube ABCDEFGH par le plan (AIJ) où I et J sont les centres respectifs des faces BCGF et CDHG. *La section sera tracée directement sur cette feuille. Vous rédigerez les réponses aux questions sur une feuille double dans laquelle vous glisserez ce sujet.*

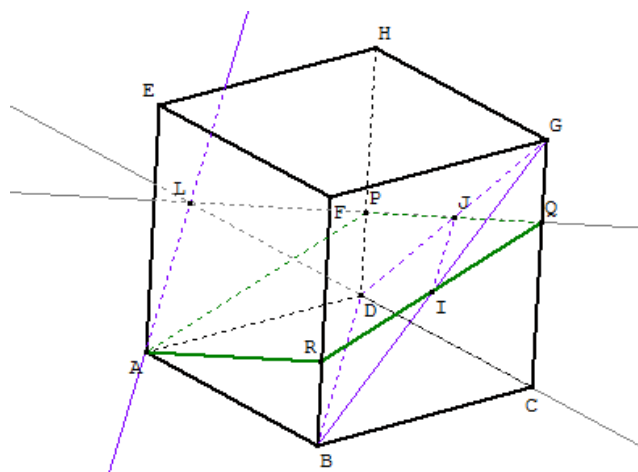


- 1) Montrez que les droites (IJ) et (BD) sont parallèles.
- 2) En déduire la construction de la droite (d), intersection des plans (ABC) et (AIJ).
- 3) Construire l'intersection de la droite (d) et du plan (CDG). En déduire la trace sur la face DCGH de la section du cube par le plan (AIJ).
- 4) Finir de tracer la section du cube ABCDEFGH par le plan (AIJ).
- 5) Quelle est la nature de cette section?

D.M. N°2 : Espace : Corrigé

1) Montrez que les droites (IJ) et (BD) sont parallèles.

Dans le triangle BDG (en violet sur la figure), I est le milieu de [BG] et J est le milieu de [DG]. Par le théorème de la droite des milieux, la droite (IJ) qui joint les milieux de deux des côtés du triangle BDG est parallèle au troisième côté. Ceci prouve que les droites (IJ) et (BD) sont parallèles.



2) En déduire la construction de la droite (d), intersection des plans (ABC) et (AIJ).

$$\left. \begin{array}{l} (IJ) \parallel (BD) \\ (IJ) \subset (AIJ) \\ (BD) \subset (ABD) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Les plans (AIJ) et (ABD) contiennent respectivement les droites (IJ) et (BD) qui} \\ \text{sont parallèles. Par le théorème du toit, leur intersection est une droite parallèle à} \\ \text{(IJ) et (BD). (« gouttières » et « haut du toit » en violet sur la figure)} \end{array}$$

Comme de plus A est un point commun aux plans (ABC) et (AIJ) (d), leur droite d'intersection, est la parallèle à (IJ) passant par A. (en violet sur la figure)

3) Construire l'intersection de la droite (d) et du plan (CDG).

- Les droites (d) et (DC) sont coplanaires dans le plan (ABC). On construit leur point d'intersection L.
- Montrons que le point L ainsi construit est bien l'intersection de la droite (d) et du plan (CDG):

$$\left. \begin{array}{l} L \in (d) \\ L \in (DC) \subset (CDG) \end{array} \right\} \text{donc } L \in (d) \cap (CDG).$$

« (d) et (CD) sont coplanaires dans le plan (ABC) » ou la version courte « Dans le plan (ABC) » est un argument est **indispensable** pour prouver que les droites sont effectivement sécantes.

En déduire la trace sur la face DCGH de la section du cube par le plan (AIJ).

L et J sont tous deux des point qui appartient à la fois à (AIJ) et (CDG). La droite d'intersection de (AIJ) et (CDG) est donc (LJ). Elle coupe [DH] et [CG] respectivement en P et Q. La trace sur la face DCGH de la section du cube par le plan (AIJ) est [QP].

4) Finir de tracer la section du cube ABCDEFGH par le plan (AIJ).

I et Q sont tous deux des point qui appartient à la fois à (AIJ) et (BCG). La droite d'intersection de (AIJ) et (BCG) est donc (IQ). Elle coupe [FB] en R. La trace sur la face BCGF de la section du cube par le plan (AIJ) est [QR].

Il reste à tracer [AR] et [AP] pour finir la section: La section du cube ABCDEFGH par le plan (AIJ) est le quadrilatère ARQP.

5) Quelle est la nature de cette section?

- D'après le théorème d'incidence, le plan (AIJ) coupe les plans parallèles (ABF) et (CDG) selon des droites parallèles donc les droites (AR) et (QP) sont parallèles.
- De même, d'après le théorème d'incidence, le plan (AIJ) coupe les plans parallèles (ADE) et (BCG) selon des droites parallèles donc les droites (AP) et (QR) sont parallèles.
- Le quadrilatère ARQP a ses côtés parallèles deux à deux, c'est donc un parallélogramme.