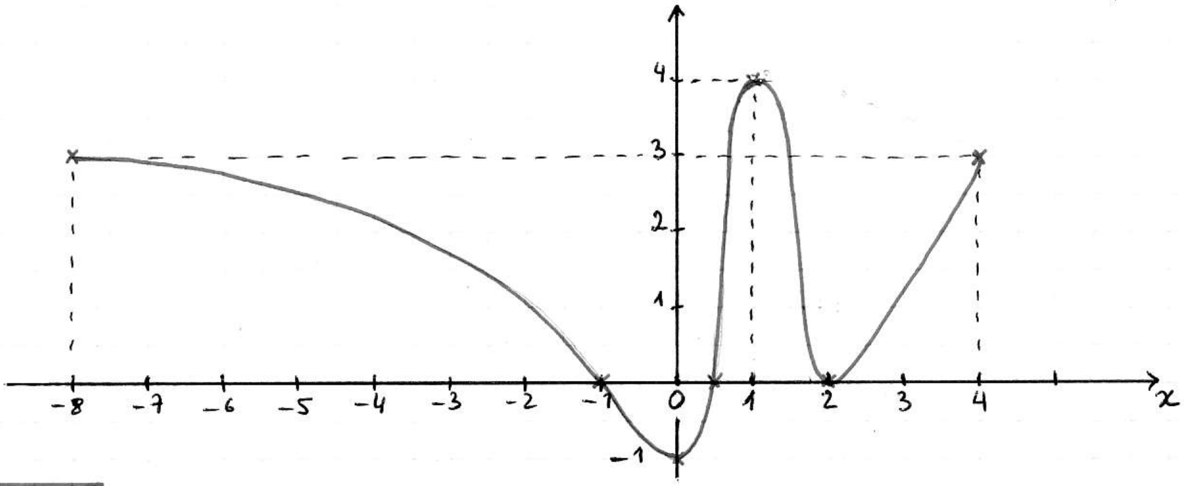
DM03 FONCTIONS ; Eléments de correction — 2nde

FVG 19

1)

x	-8	-1	0	$0{,}5$	1	2	4
$f(x)$	3 ↘	0 ↘	-1 ↗	0 ↗	4 ↘	0 ↗	3



FVG 22

a) x est une distance donc $x \geq 0$. De plus x est le diamètre d'un des deux petits cercles et comme le diamètre maximal est 10 $x \leq 10$

$\boxed{D_f = [0, 10]}$

b) Un des petits cercles a pour rayon $\frac{x}{2}$ et l'autre $\frac{10-x}{2}$

d'où $f(x) = \pi\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \pi\left(\frac{10-x}{2}\right)^2$ càd $f(x) = \frac{\pi}{4}\left[x^2 + (10-x)^2\right]$

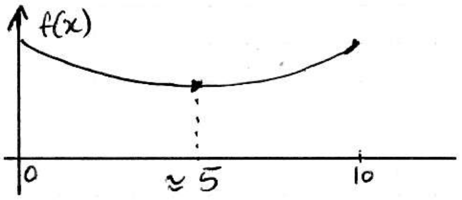
$f(x) = \frac{\pi}{4}\left[x^2 + 100 - 20x + x^2\right]$

$= \frac{\pi}{4}(2x^2 - 20x + 100)$

$\boxed{f(x) = \frac{\pi}{2}(x^2 - 10x + 50)}$

c) Fenêtre graphique :
$0 \leq x \leq 10$
$0 \leq y \leq 100$

Allure de $\mathcal{C}_f$



d) La courbe <u>semble</u> présenter un minimum en $x = 5$.
car la calculatrice ne permet pas d'être sûr.

e) $f(5) = \frac{\pi}{2}(5^2 - 50 + 50) = \frac{\pi}{2} \times 25$

$f(x) - f(5) = \frac{\pi}{2}(x^2 - 10x + 50) - \frac{\pi}{2} \times 25 = \frac{\pi}{2}(x^2 - 10x + 50 - 25)$

$f(x) - f(5) = \frac{\pi}{2}(x^2 - 10x + 25) = \frac{\pi}{2}(x-5)^2$ (Identité remarquable)

Pour tout x, $(x-5)^2 \geq 0$ car un carré est toujours positif, d'où $f(x) - f(5) \geq 0$ ce qui peut s'écrire $f(x) \geq f(5)$

$\boxed{\text{Pour tout } x,\ f(x) \geq f(5) \text{ donc le minimum de } f \text{ est } f(5) = \frac{25\pi}{2} \text{ atteint en } x = 5.}$