D.M. de mathématiques n° 5 : Probabilités CORRIGÉ Ex 25 p 291 | 1ère S

2) Cas général : Le sac contient 1 jeton rouge, 3 jetons blancs et n jetons noirs. La probabilité de tirer le jeton rouge parmi les $n+4$ jetons est $\frac{1}{4+n}$. De même, la probabilité de tirer un des trois jetons blancs parmi les $n+4$ jetons est $\frac{3}{4+n}$ et la probabilité de tirer un des n jetons noirs parmi les $n+4$ jetons est $\frac{n}{4+n}$ d'où :

Les gains possibles x_i	$10-m$	$5-m$	$-m$
Leur probabilité : $P(X=x_i)$	$\frac{1}{4+n}$	$\frac{3}{4+n}$	$\frac{n}{4+n}$

Vérification : La somme de ces probabilités vaut 1.

Espérance de gain : $E(X)=\frac{10-m}{4+n}+\frac{(5-m)\times 3}{4+n}-\frac{mn}{4+n}=\frac{(-1-3-n)m+25}{4+n}=\frac{-(4+n)m+25}{4+n}=-m+\frac{25}{4+n}$.

Le jeu est équilibré ssi $E(X)=0$ c'est à dire ssi $m=\frac{25}{4+n}$.

> Le jeu est équilibré ssi la mise m et le nombre n de jetons noirs sont liés par la relation $m=\frac{25}{4+n}$.

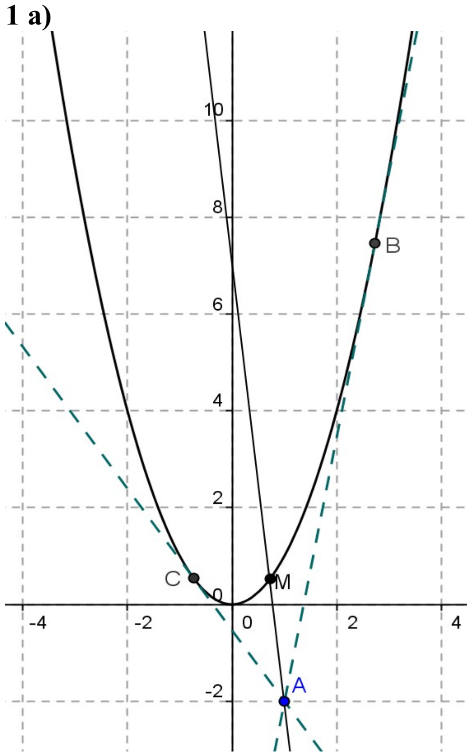
La question 1 a) est un cas particulier avec $m=1$: $1=\frac{25}{4+n}\Leftrightarrow 4+n=25\Leftrightarrow n=21$.

La question 1 b) est un cas particulier avec $n=16$: $m=\frac{25}{4+16}=\frac{25}{20}=1{,}25$ €. Comme l'énoncé suppose que la mise est un nombre entier, il n'y a pas de solutions.

Ces deux questions sont traitées en premier pour permettre à ceux qui ont peur des paramètres de se familiariser avec le problème un paramètre à la fois. Elles peuvent aussi servir à vérifier la formule trouvée dans cas général.

D.M. de mathématiques n°6 : Dérivées CORRIGÉ Ex 42 p 77 | 1ère S

1 a)



1 b) En déplaçant M sur la parabole, on conjecture qu'il existe deux tangentes à la parabole passant par A. Ces tangentes, représentées en pointillés sur la figure ci-contre, sont tangentes à aux points d'abscisse $a_1\approx-0{,}73$ et $a_2\approx 2{,}73$ (et pour ceux qui n'ont pas d 'imprimante, voilà des valeurs qui laissent penser que vous avez réellement fait la figure avec Geogebra).

2 a) Équation de la tangente T_a à $\mathscr{P}$ au point d'abscisse a.

Elle a pour coefficient directeur $f'(a)=2a$ et pour équation $y=f'(a)(x-a)+f(a)$ c'est à dire $y=2a(x-a)+a^2$.

> La tangente T_a à $\mathscr{P}$ au point d'abscisse a a pour équation $y=2ax-a^2$.

2 b) Le point A est sur la tangente ssi ses coordonnés vérifient l'équation de la tangente.

$A\in T_a\Leftrightarrow y_A=2ax_A-a^2\Leftrightarrow -2=2a\times 1-a^2\Leftrightarrow a^2-2a-2=0$.

Le discriminant de cette équation du second degré en a est 12 > 0, elle possède donc deux solutions $a_1=\frac{2+2\sqrt{3}}{2}=1+\sqrt{3}$ et $a_2=\frac{2-2\sqrt{3}}{2}=1-\sqrt{3}$.

> Ce calcul prouve qu'il existe deux tangentes à la parabole $\mathscr{P}$ passant par A ; ce sont les tangentes aux points de $\mathscr{P}$ d'abscisses respectives $1+\sqrt{3}$ et $1-\sqrt{3}$ (cohérent avec la conjecture).

Vérification : On place sur la figure les points de $\mathscr{P}$ d'abscisse respectives $1+\sqrt{3}$ et $1-\sqrt{3}$ (*en tapant B=({1}+ sqrt{3}, f({1}+ sqrt{3}) puis C=({1}-sqrt{3}, f({1}-sqrt{3}) dans la ligne de saisie de Geogebra*) et on vérifie que les droites (AB) et (AC) semblent tangentes à $\mathscr{P}$.