

Exercice 1. Du miel et des abeilles

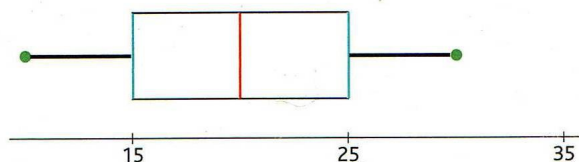
Un apiculteur amateur fait le bilan de la production de miel de ses ruches pour l'année 2008.

Pour chacune d'elles, il note la quantité de miel produite (en kg). Il obtient les résultats suivants :

Production de miel (en kg)	18	20	21	22
Nombre de ruches	2	4	4	3

Production de miel (en kg)	23	24	26	28
Nombre de ruches	1	3	1	3

- Déterminer la médiane et les quartiles de cette série.
- Calculer la quantité totale de miel produit.
Calculer la production moyenne par ruche. (On arrondira le résultat au dixième.)
- Construire le diagramme en boîte de cette série.
- L'apiculteur a retrouvé le diagramme en boîte qu'il avait établi pour l'année 2007 :



- À quel pourcentage peut-on estimer la part du nombre de ruches ayant produit plus de 25 kg de miel ?
 - À quel pourcentage peut-on estimer la part du nombre de ruches ayant donné moins de 20 kg de miel ?
 - À l'aide des deux diagrammes en boîte, comparer les productions des deux années.
5. L'apiculteur cherche à estimer sa production en 2009.

On fait l'hypothèse que, par rapport à l'année 2008, la production de chacune de ses ruches augmente de 3 kg.

Pour les deux questions ci-dessus, déterminer la bonne réponse parmi A, B et C.

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
La moyenne de la série...	ne change pas	augmente de (3 ÷ 21) kg	augmente de 3 kg
La médiane de la série...	ne change pas	augmente de (3 ÷ 21) kg	augmente de 3 kg

D'après Baccalauréat, épreuves anticipées de 1^{re} L, juin 2009.

Exercice 2. Le paradoxe des salaires

Le directeur de l'entreprise E1 dit : « Les salariés de mon entreprise gagnent plus que ceux de l'entreprise E2. » Le directeur de l'entreprise E2 répond : « Les cadres et les ouvriers de mon entreprise gagnent plus que ceux de la société E1. »

On se propose de vérifier leur propos.

Salaires	Entreprise E1		Entreprise E2	
	Ouvriers	Cadres	Ouvriers	Cadres
[900;1400[84	0	141	0
[1400;1900[86	0	139	0
[1900;2400[48	5	69	19
[2400;2900[152	5	71	21
[2900;3400[0	10	0	21
[3400;3900[0	11	0	19
[3900;4400[0	9	0	20

- Calculer, pour les entreprises E1 et E2, le salaire moyen des ouvriers et des cadres.
 - Le directeur de l'entreprise E2 a-t-il raison lorsqu'il affirme : « les cadres et les ouvriers de mon entreprise gagnent plus que ceux de la société E1 » ?
- Calculer, pour les entreprises E1 et E2, le salaire moyen des salariés.
 - Le directeur de l'entreprise E1 a-t-il raison lorsqu'il affirme : « les salariés de mon entreprise gagnent plus que ceux de l'entreprise E2 » ?
 - Conclure : expliquer le titre de ce problème.

Exercice 1.

1)	Production de miel (kg)	18	20	21	22	23	24	26	28
	Effectif = Nombre de ruches	2	4	4	3	1	3	1	3
	ECC	2	6	10	13	14	17	18	21
	FCC en %	9,524	28,57	47,62	61,9	66,67	80,95	85,71	100

- Le nombre de ruches étant impair avec $21 = 10 + 1 + 10$, la médiane est la 11^{ème} valeur de la série lorsque les productions de miel sont classées de la plus petite à la plus grande d'où $Me = 22$.
- Avec 21 ruches, le premier quartile correspond à la 6^{ème} valeur de la série (car $\frac{1}{4}$ de 21 = 5,25) d'où $Q_1 = 20$. On peut aussi trouver Q_1 en disant que c'est la première valeur pour laquelle les FCC¹ atteignent ou dépassent 25%.
- De même, le troisième quartile correspond à la 16^{ème} valeur de la série (car $\frac{3}{4}$ de 21 = 15,75) d'où $Q_3 = 24$. On peut aussi trouver Q_3 en disant que c'est la première valeur pour laquelle les FCC atteignent ou dépassent 75%.

Bilan : $Q_1 = 20$, $Me = 22$ et $Q_3 = 24$.

2) La quantité totale de miel produite est

$$18 \times 2 + 20 \times 4 + 21 \times 4 + 22 \times 3 + 23 + 24 \times 3 + 26 + 28 \times 3 = 471 \text{ kg.}$$

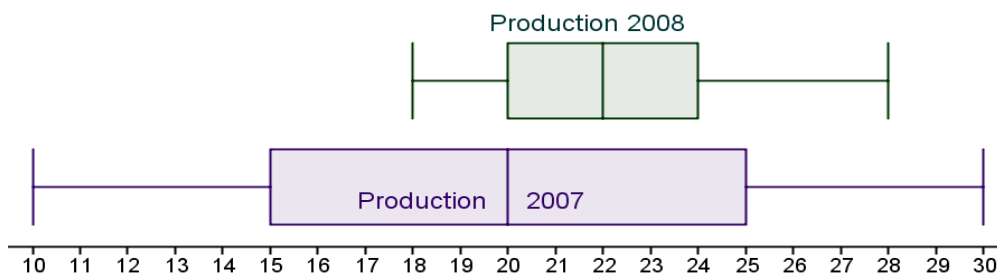
La production moyenne par ruche est $\bar{x} = \frac{\text{Production totale de miel}}{\text{Nombre de ruches}} = \frac{471}{21} \approx 22,4 \text{ kg.}$

3) Voir ci-dessous.

4) a) Environ **25 %** des ruches ont produit plus de 25 kg de miel en 2007.

b) Environ **50%** des ruches ont produit moins de 20 kg de miel en 2007.

c) Comparaison des productions :



▪ Quantité produite : La production a été meilleure en 2008 qu'en 2007 puisqu'en 2008 75% des ruches ont produit au moins 20 kg de miel alors qu'en 2007 seulement la moitié des ruches avait produit autant de miel. De plus, aucune ruche n'a produit moins de 18 kg de miel en 2008 alors que c'était le cas de 25 à 50% des ruches en 2007.

▪ Variabilité de la quantité produite d'une ruche à l'autre : La production de miel a été beaucoup plus homogène entre les différentes ruches en 2008 qu'en 2007. En effet l'intervalle interquartile est passé de $25 - 15 = 10$ kg en 2007 à $24 - 20 = 4$ kg en 2008.

5) Si entre 2008 et 2009 la production de chaque ruche augmente de 3kg, alors

- la moyenne augmente de 3 kg (réponse B).
- la médiane augmente de 3 kg (réponse B).

¹ FCC = Fréquences Cumulées Croissantes.

Exercice 2.

Salaires	Centre de la classe	Entreprise E1		Entreprise E2	
		Ouvriers	Cadres	Ouvriers	Cadres
[900, 1400[1150	84	0	141	0
[1400, 1900[1650	86	0	139	0
[1900, 2400[2150	48	5	69	19
[2400, 2900[2650	152	5	71	21
[2900, 3400[3150	0	10	0	21
[3400, 3900[3650	0	11	0	19
[3900, 4400[4150	0	9	0	20
<i>Effectif total</i>		370	40	420	100
<i>Salaire moyen par entreprise et catégorie</i>		2012,2	3325,0	1733,3	3150,0
<i>Effectif total par entreprise</i>		410		520	
<i>Salaire moyen par entreprise</i>		2140		2006	

1) a) Le calcul du salaire moyen des ouvriers de l'entreprise E1 se fait en prenant comme valeur pour chaque classe le centre des classes.

Il vaut donc $\frac{1150 \times 84 + 1650 \times 86 + 2150 \times 48 + 2650 \times 152}{84 + 86 + 48 + 152} \approx 2012,2$ €.

On calcule de même les salaires moyen des cadres et des ouvriers de chaque entreprise.

Bilan :	Salaire moyen des ...	Entreprise E1	Entreprise E2
	<i>ouvriers</i>	2 012 €	1 733 €
	<i>cadres</i>	3 325 €	3 150 €
	<i>Ensemble (voir calculs ci-dessous)</i>	2 140 €	2 006 €

b) Les cadres de l'entreprise E2 gagnent en moyenne moins que les cadres de l'entreprise E1 car 3150 € < 3325 €. Les ouvriers de l'entreprise E2 gagnent en moyenne moins que les ouvriers de l'entreprise E1 car 1733 € < 2012 €. Que l'on soit cadre ou ouvrier, on gagne plus dans l'entreprise E1 que dans l'entreprise E2. Le directeur de l'entreprise E2 a donc tort.

2) a) Le salaire moyen (ouvriers+cadres) de l'entreprise E1 est la moyenne des salaires des cadres et de celle des ouvriers pondérées par le nombre de cadres et d'ouvriers. Il vaut donc $\frac{370 \times 2012,2 + 40 \times 3325}{370 + 40} = 2140$ €. On calcule par une méthode similaire le salaire moyen dans l'entreprise E2. Le salaire moyen dans l'entreprise E1 est 2140 € et le salaire moyen dans l'entreprise E2 est 2006 €.

b) Le salaire moyen dans l'entreprise E1 est supérieur au salaire moyen dans l'entreprise E2 car 2140 € < 2006 €. Le directeur de l'entreprise E1 a donc raison.

c) Il n'y a pas de paradoxe : Il y a une erreur dans l'énoncé. L'idée était de vous montrer un exemple où les cadres ET les ouvriers sont mieux payés dans une entreprise et pourtant le salaire moyen est plus élevé dans l'autre entreprise. Ceci peut se produire si une entreprise embauche surtout des cadres et l'autre surtout des ouvriers.

Exemple :

<i>Salaires</i>	<i>Centre de la classe</i>	<i>Entreprise E1</i>		<i>Entreprise E2</i>	
		<i>Ouvriers</i>	<i>Cadres</i>	<i>Ouvriers</i>	<i>Cadres</i>
[900, 1400[1150	42	0	56	0
[1400, 1900[1650	48	0	180	0
[1900, 2400[2150	24	7	135	5
[2400, 2900[2650	16	9	92	13
[2900,3400[3150	0	15	0	21
[3400, 3900[3650	0	28	0	19
[3900, 4400[4150	0	11	0	20
<i>Effectif total</i>		130	70	463	78
<i>Salairé moyen par entreprise et catégorie</i>		1703,8	3342,9	1934,0	3380,8
<i>Salairé moyen par entreprise</i>		2278		2143	

Coupe au montage :

3) d) Quelle est la population étudiée ?

e) Quel est le caractère étudié ?

4) Il est prévu qu'en 2013 la production de chacune des ruches augmente de 3 kg par rapport à la production de 2011.

a) Quelle sera la production moyenne par ruche en 2013 ?

b) Quelle sera la production médiane par ruche en 2013 ?

12^{ème} valeur = Me