D.M. n°9 : Échantillonnage CORRIGÉ | 2nde 4

Exercice p 161 livre repères de seconde

1) La proportion de femmes dans l'entreprise est de $\frac{591}{1380} \approx 0{,}428$.

2) La population considérée est la population du pays qui compte une proportion de femmes de $p=0{,}5$ et l'échantillon est composé des salariés de l'entreprise étudiée.
Lorsque la taille n de l'échantillon est supérieure ou égale à 25 ($n \geqslant 25$) et que la proportion dans la population vérifie $0{,}2 \leqslant p \leqslant 0{,}8$, on sait que dans plus de 95% des cas, $f \in \left[p-\frac{1}{\sqrt{n}} ;\ p+\frac{1}{\sqrt{n}}\right]=\left[0{,}5-\frac{1}{\sqrt{1380}} ;\ 0{,}5+\frac{1}{\sqrt{1380}}\right]$.
S'il n'y a pas de discrimination, la proportion de femmes dans cette entreprise doit donc appartenir à l'intervalle $[0{,}473 ; 0{,}527]$.

3) La proportion de femmes dans cette entreprise est de 0,428. Ce nombre, qui est la fréquence observée dans l'échantillon, n'appartient PAS à l'intervalle $[0{,}473 ; 0{,}527]$. Il y a donc très probablement discrimination dans cette entreprise.

Recherche d'une solution: Embaucher des femmes pour arrriver à exactement 50% de femmes dans l'entreprise

4) et **5)** Si l'entreprise embauche x femmes, il y aura $591+x$ femmes pour un total de $1380+x$ employés ce qui donne une proportion de femmes dans l'entreprise de $\frac{591+x}{1380+x}$. On note $f(x)=\frac{591+x}{1380+x}$ la proportion de femmes dans l'entreprise après l'embauche de x femmes.

6) Il y aura exactement 50% de femmes dans l'entreprise ssi $f(x)=\frac{1}{2}$. Graphiquement, avec la calculatrice, en prenant une fenêtre de $100 \leqslant x \leqslant 300$ et $-0{,}5 \leqslant y \leqslant 0{,}5$ puis en affinant avec une fenêtre de $190 \leqslant x \leqslant 210$ et $-0{,}1 \leqslant y \leqslant 0{,}1$ par exemple, on trouve que $f(x)=\frac{1}{2}$ lorsque $x=198$.
On peut aussi résoudre à la main l'équation $\frac{591+x}{1380+x}=\frac{1}{2}$ ou faire avec la calculatrice un tableau de valeurs de la fonction $x \mapsto \frac{591+x}{1380+x}-\frac{1}{2}$ pour chercher les solutions de $f(x)=\frac{1}{2}$.
Quelque soit la méthode employée, on arrive à la conclusion qu'il y aura exactement 50% de femmes dans l'entreprise à condition d'embaucher 198 femmes de plus.

Recherche d'une solution moins couteuse: Embaucher des femmes pour arriver à la proportion minimum de femmes dans l'entreprise exigée par la loi

7) Avec un échantillon de $1380+x$ salariés dans un monde comportant 50% de femmes $(p=0{,}5)$, s'il n'y a pas de discrimination, la proportion de femmes dans cette entreprise doit appartenir à l'intervalle de fluctuations au seuil 95% qui est $\left[p-\frac{1}{\sqrt{n}} ;\ p+\frac{1}{\sqrt{n}}\right]=\left[0{,}5-\frac{1}{\sqrt{1380+x}} ;\ 0{,}5+\frac{1}{\sqrt{1380+x}}\right]$.

8) On cherche la plus petite valeur entière de x pour laquelle $f(x) \in \left[\frac{1}{2}-\frac{1}{\sqrt{1380+x}} ;\ \frac{1}{2}+\frac{1}{\sqrt{1380+x}}\right]$ donc la plus petite valeur entière de x pour laquelle $f(x) \geqslant \frac{1}{2}-\frac{1}{\sqrt{1380+x}}$ qui équivaut à $f(x)-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{\sqrt{1380+x}}\right) \geqslant 0$. On pose $g(x)=f(x)-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{\sqrt{1380+x}}\right)$. On trouve la plus petite valeur entière de x pour laquelle $g(x) \geqslant 0$ soit en traçant la courbe de g et en zoomant sur le point d'intersection de $\mathscr{C}_g$ avec l'axe des abscisses soit en faisant un tableau de valeurs de $g(x)$.
Quelque soit la méthode employée, on arrive à la conclusion qu'il faut embaucher 121 femmes de plus pour que la parité soit respectée dans l'entreprise.