

A rendre le vendredi 29 janvier au début de l'heure

Soient  $F$ ,  $G$  et  $H$  trois sous-espaces vectoriels d'un  $\mathbb{R}$ -espace vectoriel  $E$  (ce qui veut dire que les vecteurs sont les éléments de  $E$  et que l'on prend les scalaires dans  $\mathbb{R}$ ).

**1)** Comparer  $F \cap (G+H)$  et  $(F \cap G) + (F \cap H)$ .

Réponse: Fait en classe,  $F \cap (G+H) \supseteq (F \cap G) + (F \cap H)$ . Il existe des cas où il n'y a pas égalité donc l'autre inclusion n'est pas vérifiée.

**2)** Comparer  $F + (G \cap H)$  et  $(F+G) \cap (F+H)$ .

Réponse:  $F + (G \cap H) \subseteq (F+G) \cap (F+H)$ . Il existe des cas où il n'y a pas égalité donc l'autre inclusion n'est pas vérifiée. Prouvons-le:

**3)** Montrer que  $F \cap (G + (F \cap H)) = (F \cap G) + (F \cap H)$ .