

**Exercice 1.**

Une urne contient cinq boules numérotées de 1 à 5. On tire au hasard, successivement et avec remise 10 boules dans l'urne. On appelle succès, lors d'un tirage, l'apparition de la boule numérotée 1.

**1) Échauffement :** On simule cette expérience avec le programme ci-contre (fait avec Algobox<sup>1</sup>), où  $random()$  renvoie un nombre aléatoire  $A$  tel que  $0 \leq A < 1$ .

$floor(x)$  désigne la partie entière du nombre  $x$  c'est à dire le plus petit nombre entier inférieur ou égal à  $x$ .

$floor(1+5 \cdot random())$  permet donc d'obtenir un nombre entier aléatoire compris entre 1 et 5 suivant une loi équirépartie.

```

1 VARIABLES
2 S EST_DU_TYPE NOMBRE
3 x EST_DU_TYPE NOMBRE
4 i EST_DU_TYPE NOMBRE
5 DEBUT_ALGORITHME
6 S PREND_LA_VALEUR 0
7 POUR i ALLANT_DE 1 A 10
8   DEBUT_POUR
9   x PREND_LA_VALEUR floor(1+5*random())
10  SI (x==1) ALORS
11    DEBUT_SI
12    S PREND_LA_VALEUR S+1
13  FIN_SI
14 FIN_POUR
15 AFFICHER S
16 FIN_ALGORITHME

```

- Que représente la variable  $x$  ?
- Que représente la variable  $S$  ?
- Quel est le rôle de la variable  $i$  ?
- Quelle est la loi de probabilité suivie par le nombre de succès? *Justifier.*

**2) Généralisation :** L'urne contient  $B$  boules numérotées de 1 à  $B$ . On tire au hasard, successivement et avec remise  $n$  boules dans l'urne.  $m$  est un nombre compris entre 1 et  $B$  et on appelle succès, lors d'un tirage, l'apparition d'une boule dont le numéro est compris entre 1 et  $m$ .

a) Écrire sur votre copie un algorithme afin de simuler cette expérience aléatoire. La variable  $n$  sera lue en entrée, les variables  $m$  et  $B$  seront initialisées au début de l'algorithme.

b) Prouvez que le nombre de succès suit une loi binomiale et précisez ses paramètres.

**3) Application :** Vous avez sûrement entendu parler du classement PISA qui évalue les systèmes d'enseignement des différents pays. Supposons que le LFJM doive envoyer aux tests PISA six élèves choisis au hasard parmi ses 240 élèves de seconde<sup>2</sup>. On établit un classement des élèves de seconde du lycée Mermoz au vu de leur moyenne générale.

a) Quelle est la probabilité que parmi les six élèves choisis, quatre au moins soient dans le premier quart du classement ?

b) Modifier l'algorithme précédent<sup>3</sup> pour qu'il simule 10 000 choix<sup>4</sup> au hasard d'un groupe de six élèves parmi les élèves de seconde et comparer le résultat obtenu à la probabilité calculée ci-dessus.

Pour cette question, on ne demande pas d'écrire l'algorithme sur la copie. Précisez les valeurs choisies pour  $B$ ,  $m$  et  $n$ .

**Exercice 2. Ex 70 p 321 Réponses au hasard à un QCM**

Un questionnaire comprend cinq questions. Pour chacune des cinq questions posées, trois propositions de réponses sont faites (A, B et C), une seule d'entre elles étant exacte.

Un candidat répond à toutes les questions posées en écrivant un mot-réponse de cinq lettres. Par exemple, le mot BBAAC signifie que le candidat a répondu B aux première et deuxième questions A, aux troisième et quatrième questions et C à la cinquième question.

**1) a)** Combien y a-t-il de mots-réponses possibles à ce questionnaire ?

**b)** On suppose que le candidat répond au hasard à chacune des cinq questions du questionnaire.

<sup>1</sup> ALGOBOX est gratuit et téléchargeable à <http://mathematiques.ac-bordeaux.fr/profplus/logitheque/logitheque.htm>

<sup>2</sup> Les tests PISA ont toujours lieu sur des élèves de 15 ans.

<sup>3</sup> Dans Algobox, au lieu de réécrire des lignes, on peut les déplacer avec couper coller: « ctrl + X » puis « ctrl + V »

<sup>4</sup> Faites 100 000 simulations plutôt que 10 000 si votre ordinateur y survit.

Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

E: « Le candidat a exactement une réponse exacte. »

F: « Le candidat n'a aucune réponse exacte. »

G : « Le mot-réponse du candidat est un palindrome. »

(un *palindrome* est un mot pouvant se lire indifféremment de gauche à droite ou de droite à gauche: par exemple, le mot-réponse BACAB est un palindrome).

**2)** Un professeur soumet de questionnaire aux 28 élèves de sa classe. Tous les élèves répondent au hasard à chacune des cinq questions. On désigne par X le nombre d'élèves dont le mot réponse ne comporte aucune réponse exacte.

**a)** Déterminer la loi de probabilités suivie par la variable aléatoire X.

**b)** Calculer la probabilité, arrondie à 2 décimales, qu'au plus un élève n'ait fourni que des réponses fausses.