D.S. n°1 : Configurations du plan, milieux, distances	2nde 4

Vendredi 30 septembre, **Calculatrices autorisées**, 1h
Ce sujet est à rendre avec la copie.

NOM :
PRÉNOM :

Communication : + 0 −
Technique : + 0 −
Raisonnement : + 0 −

	Note
Exercice 1	, / 9
Exercice 2	, / 11
Note	**, / 20**

Il faut toujours prouver vos affirmations (sauf mention contraire de l'énoncé); et, lorsque vous justifiez vos réponses, la propriété employée doit apparaître clairement.

/9

Exercice 1

Dans le repère orthonormé (O, I, J), les points A, B et C ont pour coordonnées $A(-4;4)$, $B(-1;6)$ et $C(1;3)$.

/1 **1)** Faire une figure.

/1 **2)** Déterminer <u>par le calcul</u> les coordonnées du milieu K de [AC] .

/1 **3)** Calculer la distance AB.

/1,5 **4)** Déterminer <u>par le calcul</u> les coordonnées du symétrique D de B par rapport à K. *Si vous n'y arrivez pas, lisez les coordonnées sur le dessin. Vous n'aurez pas de points pour cette question mais vous pourrez utiliser ces coordonnées pour faire la suite.*

/1,5 **5)** Le quadrilatère ABCD est-il un parallélogramme ? *Si oui, prouvez-le, et si non, prouvez que ce n'en est pas un.*

/1,5 **6)** Le quadrilatère ABCD est-il un losange ? *Même consigne.*

/1,5 **7)** Le quadrilatère ABCD est-il un carré? *Même consigne.*

/ 11

Exercice 2

ABC est un triangle équilatéral de côté 2 cm. M est le milieu du côté [AC]. N est le symétrique de B par rapport au point C. P et Q sont les points du côté [AB] tels que $AP=PQ=QB$.

/2 **1)** Faire une figure.

/2 **2)** Donner sans justification les coordonnées des points A, P, M et N dans le repère non orthonormé (B ; C, A).

/1 **3)** **a)** Démontrer que les droites (QC) et (PN) sont parallèles.

/1 **b)** Démontrer que les droites (QC) et (PM) sont parallèles.

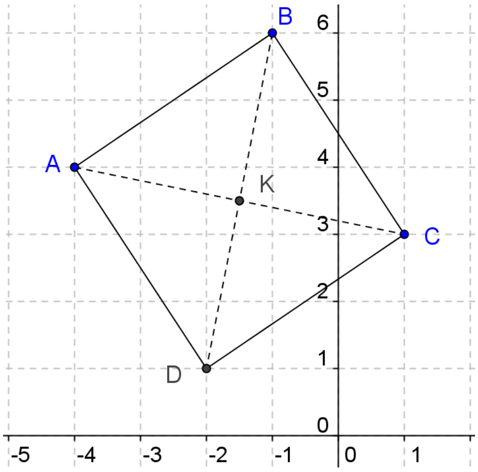
/1,5 **c)** Que peut-on en déduire pour les points P, M et N ? *Justifiez.*

/1,5 **4)** **a)** Démontrer que le triangle ABN est rectangle.

/2 **b)** En déduire la longueur AN. *Justifiez.*

D.S. n°1 : Configurations du plan et repérage CORRIGÉ	2^{nde} 4

Exercice 1.



1) Figure, ci-contre. Dans le repère orthonormé (O, I, J), les points A, B et C ont pour coordonnées $A(-4;\,4)$, $B(-1;\,6)$ et $C(1;\,3)$.

2) Coordonnées du milieu K de [AC] :

$x_K=\dfrac{x_A+x_C}{2}=\dfrac{-4+1}{2}=-\dfrac{3}{2}$ et $y_K=\dfrac{y_A+y_C}{2}=\dfrac{4+3}{2}=\dfrac{7}{2}$. $\boxed{K\left(-\dfrac{3}{2};\,\dfrac{7}{2}\right)}$

3) $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}=\sqrt{(-1+4)^2+(6-4)^2}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{4+9}$

$\boxed{AB=\sqrt{13}}$

4) D est le symétrique de B par rapport à K signifie que K est le milieu de [BD] d'où

$x_K=\dfrac{x_B+x_D}{2}$ càd $-\dfrac{3}{2}=\dfrac{-1+x_D}{2}$ càd $-3=-1+x_D$ càd $x_D=-2$.

De même, $y_K=\dfrac{y_B+y_D}{2}$ càd $\dfrac{7}{2}=\dfrac{6+x_D}{2}$ càd $7=6+x_D$ càd $x_D=1$. <u>D a pour coordonnées (-2, 1).</u>

5) Le quadrilatère ABCD est-il un parallélogramme ?

D est le symétrique de B par rapport à K signifie que K est le milieu de [BD]. Par définition, K est aussi le milieu de [AC]. On en déduit que <u>les diagonales de ABCD se coupent en leur milieu</u> donc ABCD est un <u>parallélogramme</u>.

6) Le quadrilatère ABCD est-il un losange ?

$BC=\sqrt{(x_B-x_C)^2+(y_B-y_C)^2}=\sqrt{(1+1)^2+(6-3)^2}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{4+9}=\sqrt{13}$. Or on a déjà vu à la question 3) que AB mesure aussi $\sqrt{13}$. ABCD est donc un <u>parallélogramme</u> qui a <u>deux côtés consécutifs de même longueur</u>, c'est donc un <u>losange</u>.

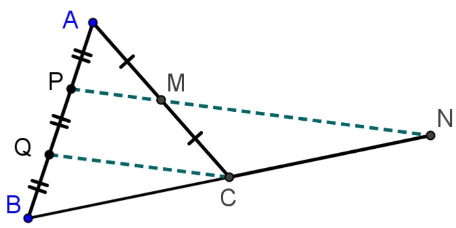
7) Le quadrilatère ABCD est-il un carré?

● $AC=\sqrt{(1+4)^2+(4-3)^2}=\sqrt{5^2+1^2}=\sqrt{25+1}=\sqrt{26}$, d'où $AC^2=26$. Par ailleurs, $AB^2+BC^2=13+13=26$. Comme ces quantités sont égales, par la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

● ABCD est donc un <u>parallélogramme</u> qui a <u>un angle droit</u>, c'est donc un <u>rectangle</u>.

● ABCD est <u>à la fois</u> un <u>rectangle</u> et un <u>losange</u>, c'est donc un <u>carré</u>.

Exercice 2



1) Figure, ci-contre.

2) Coordonnées des points dans le repère non orthonormé (B ; C, A).

$A(0;1)$, $P\left(0;\dfrac{2}{3}\right)$, $M\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$ et $N(2,0)$.

Remarque : Comme M est le milieu de [AC], on peut obtenir ses coordonnées par le calcul à partir de celles de $A(0;1)$ *et* $C(1;0)$.

3) **a)** Dans le triangle BPN, la droite (QC) qui joint les milieux de deux des côtés est parallèle au troisième côté (*Théorème de la droite des milieux*) donc <u>les droites (QC) et (PN) sont parallèles</u>.

b) Dans le triangle ACQ, la droite (PM) qui joint les milieux de deux des côtés est parallèle au troisième côté (*Théorème de la droite des milieux*) donc l<u>es droites (QC) et (PM) sont parallèles</u>.

c) Les droites (PN) et (PM) sont toutes les deux parallèles à (QC) donc elles sont parallèles entre elles. De plus, le point P appartient à ces deux droites. Or deux droites parallèles qui ont un point commun sont confondues donc M est sur la droite (PN) et les <u>points P, M et N sont alignés</u>.

4) **a)** $CB=CA=CN$ donc C est le centre du cercle circonscrit au triangle ABN. Or tout triangle inscrit dans un demi-cercle dont le diamètre est un des côtés du triangle est rectangle donc ABN est rectangle en A.

b) Le triangle ABN est rectangle en A donc, par le théorème de Pythagore,

$AN^2=BN^2-AB^2=4^2-2^2=16-4=12$ d'où $AN=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$.