

D.S. n°2 : Fonctions	TS1
-----------------------------	------------

Mercredi 13 novembre 2013, 55 min, Calculatrices autorisées. Ce sujet est à rendre avec la copie.

Nom :	Communication : + ± -	Note : <u>20</u>
Prénom :	Technique : + ± -	
	Raisonnement : + ± -	

Aucun échange d'information ou de matériel (notamment de calculatrice) n'est autorisé. Les téléphones portables doivent être éteints et rangés dans les sacs.

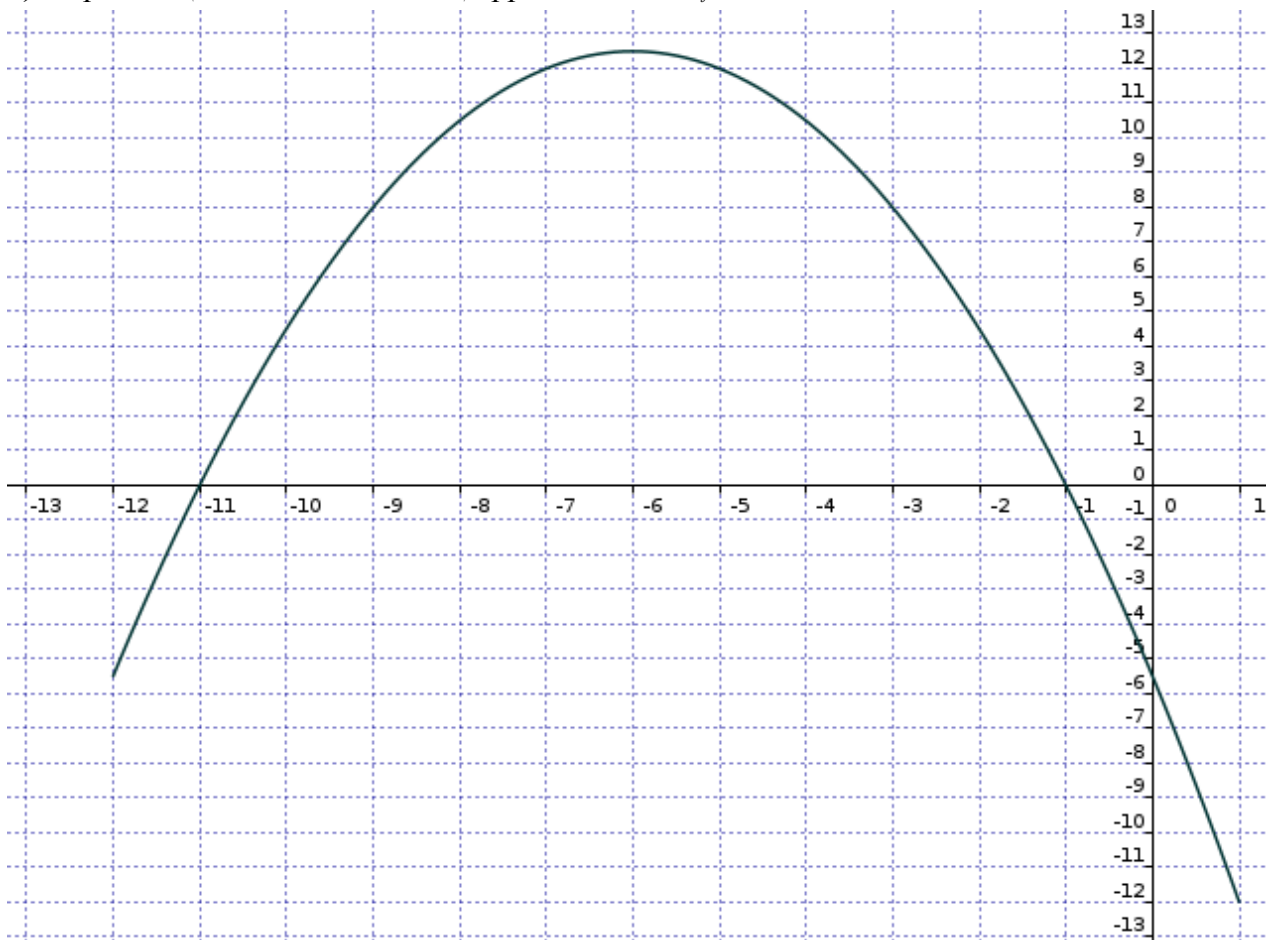
Sauf mention contraire de l'énoncé, toute affirmation doit être justifiée.

19

Exercice 1.

Soit f la fonction définie sur $[-12; 1]$ par $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 6x - \frac{11}{2}$. Sa courbe représentative est \mathcal{C}_f donnée ci-dessous.

- /1 **1)** Calculer l'image de -2 par f . *Détailler les calculs.*
- /1,5 **2)** Déterminer par le calcul le(s) antécédent(s) éventuel(s) de $-\frac{11}{2}$ par f .
- /1,5 **3)** Montrer que $f(x) = -\frac{1}{2}[(x+6)^2 - 25]$.
- 4)** Résolutions d'équations et d'inéquations :
 - /1,5 **a)** Résoudre par le calcul l'équation (E) : $f(x) = 0$.
 - /1,5 **b)** En utilisant la courbe représentative de f donnée ci-dessous, résoudre graphiquement l'inéquation (I) : $f(x) \leq 8$.
- /2 **5)** Le point $A(4 - 2\sqrt{3}; -43,5 + 20\sqrt{3})$ appartient-il à \mathcal{C}_f ? *Détailler les calculs.*



16

Exercice 2.

Soit f la fonction définie sur $[-9;10]$ par

$$f(x) = \frac{3x^2 + 2}{x^2 + 1}.$$

On admet que son tableau de variations est celui donné ci-contre.

x	-9	0	10
$f(x)$	$\frac{245}{82}$	2	$\frac{302}{101}$

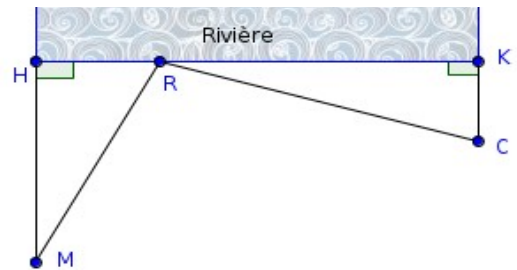
- /1,5 1) Compléter sans justification : Le maximum de f sur son domaine de définition est et le minimum de f sur son domaine de définition est
- /1,5 2) Donner sans justification le meilleur encadrement de f sur $[-3;4]$
- /1,5 3) Sans calculatrice, comparer les nombres $A = \frac{3 \times (-0,35)^2 + 2}{(-0,35)^2 + 1}$ et $B = \frac{3 \times (-0,3)^2 + 2}{(-0,3)^2 + 1}$. Justifier !
- /1,5 4) Soit a un nombre inférieur à -2 . Comparer les nombres $f(a)$ et $f(a+1)$. Justifier !

15

Exercice 3. Recherche prince charmant désespèrement

Le roi Jean a donné au chevalier Hugo l'ordre d'amener dans les trois jours au château un prince charmant pour le présenter à sa fille qui est en âge de se marier. Hugo ne connaît aucun prince charmant mais heureusement, il finit par avoir une idée : Il décide de passer par la rivière, d'y attraper deux douzaines de crapeaux et de les amener au palais. Là, il demandera à la princesse de les embrasser et avec un peu de chance, l'un d'eux se transformera en prince charmant¹.

Sur le dessin ci-contre, le point M représente la maison d'Hugo, C représente le château et R le point où Hugo atteint la rivière. Hugo va en ligne droite de chez lui à la rivière et de la rivière au château ; son trajet est donc la ligne brisée MRC. La maison d'Hugo est à 7 km de la rivière, autrement dit $HM = 7$ km. Le château est à 2 km de la rivière et $HK = 10$ km.



1) **Fonctions et calculatrices.** Soit f la fonction définie par $f(x) = \sqrt{x^2 + 49} + \sqrt{x^2 - 20x + 104}$.

Au moyen de la calculatrice, compléter le tableau de valeurs suivant. On arrondira les résultats au centième.

/1,5

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(x)$										

2) Chemin le plus court

- /2 a) On pose $x = HR$ où x est exprimé en kilomètres. Exprimer en fonction de x la distance $d(x)$ parcourue par Hugo pour aller de sa maison M au château C en passant par la rivière en R et préciser son domaine de définition.
- /1,5 b) Grâce à votre calculatrice, déterminer un encadrement à l'hectomètre près de la valeur de x pour laquelle la longueur du trajet totale est minimale. Reproduire sur votre copie les éléments qui vous ont permis de conclure.

¹ À l'époque, il arrivait que des princes charmants soient transformés en crapaux par de méchantes sorcières et la seule façon pour eux de retrouver leur apparence antérieure était qu'une princesse les embrasse.

CORRIGÉ du DS 4

Exercice 1.