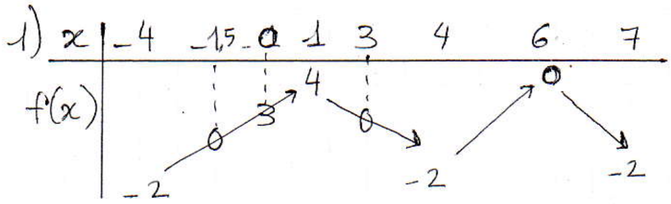
DS n° 3, FONCTIONS CORRIGÉ (Sujet G) | 2nde 4

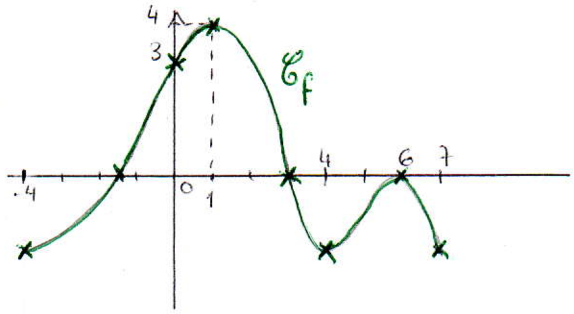
Exercice 1

1) $-3,2 < -3,19$ et ces deux nombres appartiennent à l'intervalle $[-4,-1]$ sur lequel la fonction est croissante donc $\boxed{f(-3,2) < f(-3,19)}$

2) le maximum de f sur $[-2;8]$ est 2. Il est atteint en $x=-1$
3) Le meilleur encadrement possible de $f(x)$ si $x \in [-4,8]$ est $\boxed{f(x) \in [-2;2]}$
4) L'équation $f(x)=-1$ possède 2 solutions : une dans $]-5,4[$ et une dans $]-4,-1[$
5) si $-1 \leq a \leq 2$ alors $0 \leq a+1 \leq 3$. a et a+1 sont donc tous deux dans l'intervalle $[-1;6]$ sur lequel f est décroissante d'où $\boxed{f(a) \geq f(a+1)}$

Exercice 2

1) 

2) 

Exercice 3

1) $(2x+3)(3x-2)=(2x+3)(7x-6)$
$\Leftrightarrow (2x+3)(3x-2)-(2x+3)(7x-6)=0$
$\Leftrightarrow (2x+3)[3x-2-7x+6]=0$
$\Leftrightarrow (2x+3)(-4x+4)=0$
$\Leftrightarrow 2x+3=0$ ou $-4x+4=0$
$\Leftrightarrow x=-\frac{3}{2}$ ou $x=+1$

$\boxed{S_1=\left\{-\frac{3}{2};+1\right\}}$

2) $(2x+5)(3x-2)=(2x-5)(3x-7)$
$\Leftrightarrow \cancel{6x^2}-4x+15x-10=\cancel{6x^2}-14x-15x+35$
$\Leftrightarrow -4x+15x+14x+15x=35+10$
$\Leftrightarrow 40x=45 \Leftrightarrow x=\frac{45}{40}=\frac{9}{8}$

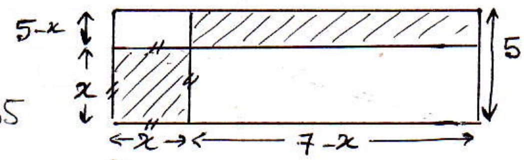
$\boxed{S_2=\left\{\frac{9}{8}\right\}}$

3) $(2x+5)^2=(3x-7)^2$
$\Leftrightarrow (2x+5)^2-(3x-7)^2=0$
$\Leftrightarrow (2x+5+3x-7)(2x+5-3x+7)=0$
$\Leftrightarrow (5x-2)(-x+12) \Leftrightarrow 5x-2=0$ ou $-x+12=0$
$\Leftrightarrow x=\frac{2}{5}$ ou $x=12$ $\boxed{S_3=\left\{\frac{2}{5};12\right\}}$

Exercice 4

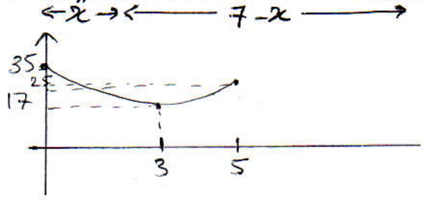
1) $0 \leq x \leq 5$

2) $f(x)=\mathcal{A}_{carré}+\mathcal{A}_{rectangle}$



$f(x)=x^2+(5-x)(7-x)=x^2+x^2-7x-5x+35$
$\boxed{f(x)=2x^2-12x+35}$

3) Sur l'écran de la calculatrice, en déplaçant le curseur on voit que l'aire semble minimale pour $x=3$.



4) $f(x)=35 \Leftrightarrow 2x^2-12x+\cancel{35}=\cancel{35} \Leftrightarrow 2x^2-12x=0 \Leftrightarrow 2x(x-6)=0$
$\Leftrightarrow 2x=0$ ou $x=6$. Comme 6 ne fait pas partie du domaine de définition, la terrasse a une aire de $35\ m^2$ pour $x=0$

5) a) $f(3)=2\times9-12\times3+35=18-36+35=18-1=17$
$f(x)-f(3)=2x^2-12x+35-17=2x^2-12x+18=2(x^2-6x+9)$
$=2(x-3)^2$

b) Pour tout x, $(x-3)^2$ est positif car un carré est toujours positif ou nul. On a donc $f(x)-f(3) \geq 0$ càd $f(x) \geq f(3)$ pour tout x. Par définition cela signifie que $f(x)$, l'aire de la terrasse est minimale lorsque $x=3$.

CORRIGÉ	DS n°3	FONCTIONS	Sujet D	2nde 4

pour la rédaction, voir sujet G

Exercice 1

1) $-2{,}7 < -2{,}69$ et ces deux nombres sont dans l'intervalle $[-4;-1]$ sur lequel f est croissante donc $f(-2{,}7) < f(-2{,}69)$

2) le minimum de f sur $[-4;6]$ est -2, atteint en $x=3$

3) Si $x \in [-4;3]$, $f(x) \in [-2;3]$

4) L'équation $f(x)=2$ a deux solutions une dans $]-4;-1[$ et l'autre ds $]-1,3[$

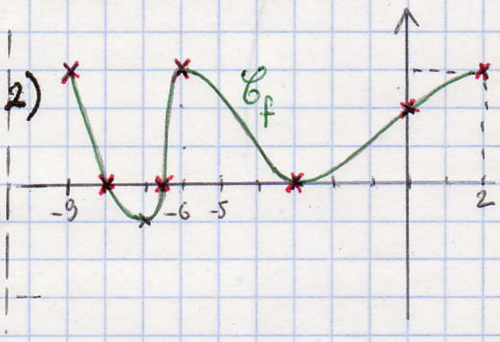
5) $-1 \leq a \leq 2$ d'où $0 \leq a+1 \leq 3$. a et $a+1$ sont donc deux nombres de $[-1;3]$, intervalle sur lequel f est décroissante d'où $f(a) \geq f(a+1)$

Exercice 2

1)

x	-9	-8	-7	$-6{,}5$	-6	-3	0	2
$f(x)$	3 ↘	0 ↘	-1 ↗	0 ↗	3 ↘	0 ↗	2 ↗	3

2)



Exercice 3

1) $(2x+3)^2 = (3x-4)^2$
$\Leftrightarrow (2x+3)^2 - (3x-4)^2 = 0$
$\Leftrightarrow [2x+3+3x-4][2x+3-3x+4] = 0$
$\Leftrightarrow (5x-1)(-x+7) = 0$
$\Leftrightarrow 5x-1=0$ ou $-x+7=0$
$\Leftrightarrow x = \frac{1}{5}$ ou $x=7$

$\boxed{S_1 = \left\{\frac{1}{5} ; 7\right\}}$

2) $(2x+3)(3x-4) = (2x-3)(3x-8)$
$\Leftrightarrow \cancel{6x^2} - 8x + 9x - 12 = \cancel{6x^2} - 16x - 9x + 24$
$\Leftrightarrow x - 12 = -25x + 24$
$\Leftrightarrow 26x = 36$
$\Leftrightarrow x = \frac{36}{26} = \frac{18}{3}$

$\boxed{S_2 = \left\{\frac{18}{13}\right\}}$

3) $(2x+5)(4x-1) = (2x+5)(6x-3)$
$\Leftrightarrow (2x+5)[4x-1-(6x-3)] = 0$
$\Leftrightarrow (2x+5)(-2x+2) = 0$
$\Leftrightarrow 2x+5=0$ ou $-2x+2=0$
$\Leftrightarrow x = -\frac{5}{2}$ ou $x=1$

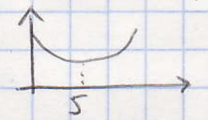
$\boxed{S = \left\{-\frac{5}{2} ; 1\right\}}$

Exercice 3

1) $0 \leq x \leq 9$

2) $f(x) = x^2 + (9-x)(11-x) = 2x^2 - 20x + 99$

3) L'aire semble minimale pour $x=5$



4) $f(x) = 99\ m^2 \Leftrightarrow 2x^2 - 20x + 99 = 9$
$\Leftrightarrow 2x^2 - 20x = 0 \Leftrightarrow 2x(x-10) = 0$
$\Leftrightarrow 2x = 0$ ou $x = 10$. La terrasse a une aire de $99m^2$ si $x=0$
Or 10 n'est pas dans le domaine de défin.

5) a) $f(5) = 5^2 + (9-5)(11-5) = 25 + 4\times6 = 25+24 = 49$
$f(x) - f(5) = 2x^2 - 20x + 99 - 49 = 2x^2 - 20x + 50 = 2(x^2 - 10x + 25)$
$= 2(x-5)^2 \geq 0$

b) $f(x) - f(5) \geq 0$ càd $f(x) \geq f(5)$ d'où minimum en $x=5$