

D.S. de mathématiques n°5 : Dérivées**1^{ère} S**Vendredi 17 février 2012, 55 minutes, Calculatrices autorisées

Ce sujet est à rendre avec la copie.

Nom :

Prénom :

Note : 20**/2 Exercice 1. R.O.C.**

En utilisant la définition du nombre dérivé, démontrer la formule du cours qui donne la dérivée de la fonction carré.

/3,5 Exercice 2.

Soit f la fonction définie par $f(x) = (5 - 4x)\sqrt{x}$.

- /2 1) Calculer sa dérivée.
/1,5 2) Donner son tableau de variations.

/4 Exercice 3.

Soit f la fonction définie par $f(x) = -x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 9x + \sqrt{8}$ et soit \mathcal{C}_f sa courbe représentative.

- /1 1) Calculer la dérivée de f .
/3 2) Déterminer l'abscisse de tous les points de \mathcal{C}_f qui présentent une tangente parallèle à la droite d'équation $y = 7x + 5$.

/4,5 Exercice 4.

Soit f la fonction définie par $f(x) = x^2\sqrt{x}$ et soit \mathcal{C}_f sa courbe représentative.

- /2 1) Calculer la dérivée de f .
/2,5 2) Déterminer l'équation de T , la tangente à \mathcal{C}_f au point d'abscisse $\frac{1}{4}$. *Simplifier autant que possible les nombres obtenus.*

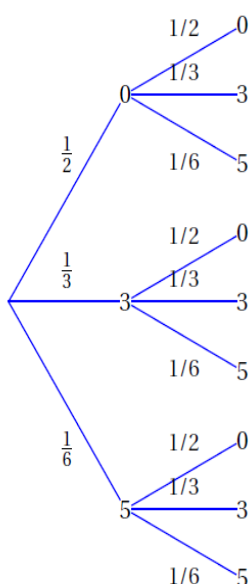
/6 Exercice 5.

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{ax^2 + b}{3x + 2}$. Sachant que la courbe représentative de f admet en $A(-1; -3)$ une tangente de coefficient directeur -17 , déterminer a et b .

1. On a $p_0 + p_3 + p_5 = 1$ et $p_5 = \frac{1}{2} p_3$ et $p_5 = \frac{1}{3} p_0$.

Donc $p_0 + 2 \times p_5 + \frac{1}{3} p_0 = 1$ et $p_0 + \frac{2}{3} p_0 + \frac{1}{3} p_0 = 1$, on obtient que $p_0 = \frac{1}{2}$ et $p_5 = \frac{1}{6}$ et $p_3 = \frac{1}{3}$.

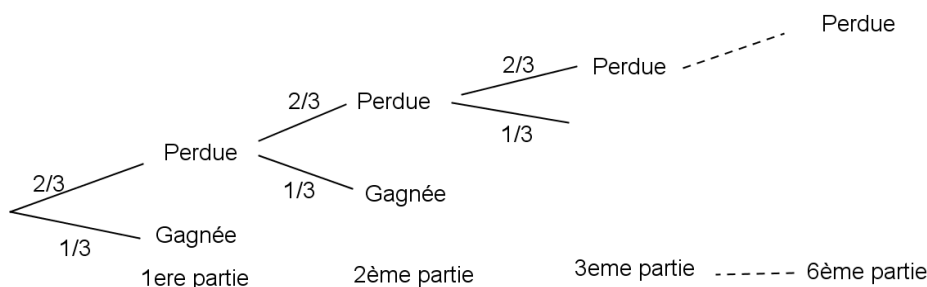
2. a



On obtient un total d'au moins 8 points en deux lancers à la 6^{ème}, 8^{ème} et 9^{ème} branche, d'où $P(G_2) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{18} + \frac{1}{18} + \frac{1}{36} = \frac{5}{36}$.

2. b- Nous avons $p(P) + p(G_2) + p(G_3) = 1$ et on admet (c.f. énoncé) que $p(G_3) = \frac{7}{36}$ d'où $p(P) = 1 - p(G_2) - p(G_3) = 1 - \frac{5}{36} - \frac{7}{36} = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$.

3- L'événement contraire de « gagner au moins 1 partie » est « ne gagner aucune partie » et, sur l'arbre ci-dessous qui indique si on a gagné ou perdu chaque partie, on lit que la probabilité de perdre 6 partie de suite est $\left(\frac{2}{3}\right)^6$



$$P(\text{gagner au moins 1 partie}) = 1 - P(\text{ne gagner aucune partie}) = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^6 = \frac{665}{729}$$

4. a- Les valeurs possibles de X sont -2 , 1 et 3 . Il nous faut connaître les probabilités que X prennent chacune de ces valeurs.

$$p(X = -2) = p(\text{perdre}) = \frac{2}{3}$$

$$p(X = 1) = p(G_3) = \frac{7}{36} \text{ Et } p(X = 3) = p(G_2) = \frac{5}{36}$$

Loi de probabilité de X :

x_i	-2	1	3
$p(X = x_i)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{5}{36}$

4. b- $E(X) = -2 \times \frac{2}{3} + 1 \times \frac{7}{36} + 3 \times \frac{5}{36} = -\frac{13}{18} \approx -0,72$ €. $-0,72$ € est la moyenne des gains possibles, on l'appelle le gain moyen qu'un joueur peut espérer obtenir sur un grand nombre de parties. $E(X)$ est négative donc le jeu est ici défavorable au joueur. Le jeu serait favorable au joueur si $E(X)$ était positive.

$$4. c- V(X) = \frac{2}{3} \times (-2 + 0,72)^2 + \frac{7}{36} \times (1 + 0,72)^2 + \frac{5}{36} \times (3 + 0,72)^2 \approx 3,59$$

et $\sigma(X) = \sqrt{V(X)} \approx 1,89$ Ces paramètres mesurent les écarts des x_i autour de leur moyenne $E(X)$.

5. $Y = \text{sommes touchées avec nouvelles règles} - \text{mise} = 2 \times (\text{sommes touchées avec anciennes règles}) - \text{mise}$
 $= 2 \times (X + 2) - 5 = 2X - 1$

Y est de la forme $Y = mX + p$ donc $E(Y) = mE(X) + p$ et $\sigma(Y) = |m|\sigma(X)$ d'où
 $E(Y) = 2E(X) - 1 \approx 2 \times (-0,72) - 1 = -2,44$ € et $\sigma(Y) \approx 2 \times 1,89 = 3,78$ €.