SUJET D

D.S. n°5 : Premier degré dont tableaux de signe	205

Mardi 4 février 2014, 55 min, **Calculatrices autorisées**. Ce sujet est à rendre avec la copie.

Nom : . . . . Prénom :	Communication : + ± – Technique : + ± – Raisonnement : + ± –	Note : $\frac{}{20}$

Aucun échange d'informations ou de matériel (notamment de calculatrice) n'est autorisé. Les téléphones portables doivent être éteints et rangés dans les sacs.

Sauf mention contraire de l'énoncé, toute affirmation doit être justifiée.

/5

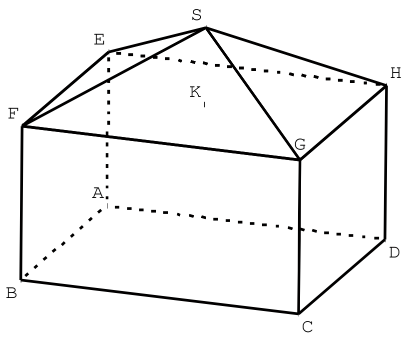
Exercice 1.

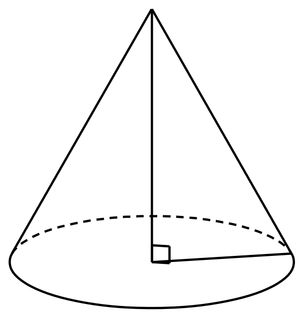
On désigne par x le prix en euros d'un article au 1er janvier 2012 et $f(x)$ son prix en euros au 1er janvier 2013. Compléter sans justification le tableau suivant. Chaque ligne correspond à une situation.

	Situation	*Expression de $f(x)$*	*f est-elle affine ?*	*f est-elle linéaire ?*
/1	*Il y a eu une augmentation de 6% le 1er mars 2012.*			
/2	*Il y a eu une augmentation de 9% le 1er mars 2012 puis une baisse de 3% le 1er juin 2012.*			
/2	*Il y a eu une augmentation de 4% le 1er mars 2012 puis une augmentation de 60 centimes le 1er juin 2012.*			

/9

Exercice 2.





Ce solide en forme de maison est constitué d'une pyramide de volume $8\,cm^3$ accolée à un pavé droit ABCDEFGH avec $BC = 4\,cm$, $CD = 5\,cm$ et $HD = x\,cm$. On note $f(x)$ son volume exprimé en cm^3.

On considère un cône de hauteur x cm et de base un disque de 5 cm de rayon. On note $g(x)$ son volume exprimé en cm^3.

/1 **1) a)** *Compléter sans justification* : Lorsque x vaut *0 cm*, le volume du solide en forme de maison est de . . . . . . cm^3 et celui du cône est de . . . . . . cm^3

/1,5 **b)** *Compléter sans justification* : Lorsque x vaut *10 cm*, le volume du solide en forme de maison est de . . . . . . cm^3 et celui du cône est de . . . . $cm^3 \approx$ . . . . cm^3.

/1 **2) a)** Exprimer $f(x)$ en fonction de x.

/1 **b)** Exprimer $g(x)$ en fonction de x.

/2 **3)** Sur le même graphique, tracer les courbes représentatives de f et g.

/1 **4)** Lequel de ces deux volumes augmente le plus vite lorsque x augmente ?

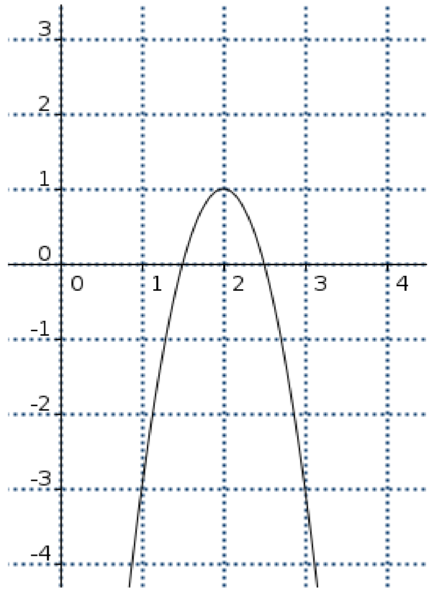
/1,5 **5)** Existe-t-il une ou des des valeur(s) de x pour lesquelles ces volumes sont égaux ? Si oui, donner leur(s) valeur(s) exacte(s).

Il y a un troisième exercice au dos : TSVP !

/6

Exercice 3.

On donne ci-contre la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(2x-3)(5-2x)$.
Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=-2x+3$.



/1,5 **1) a)** Sur le même graphique, tracer la courbe représentative de *g*.

/1 **b)** Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x)\leqslant g(x)$.

/1,5 **2) a)** Montrer que l'inéquation $f(x)\leqslant g(x)$ équivaut à l'inéquation $(2x-3)(6-2x)\leqslant 0$. *On pourra remarquer que* $g(x)=-(2x-3)$.

/2 **b)** Résoudre cette inéquation par le calcul.

CORRIGÉ du DS 5

Exercice 1.

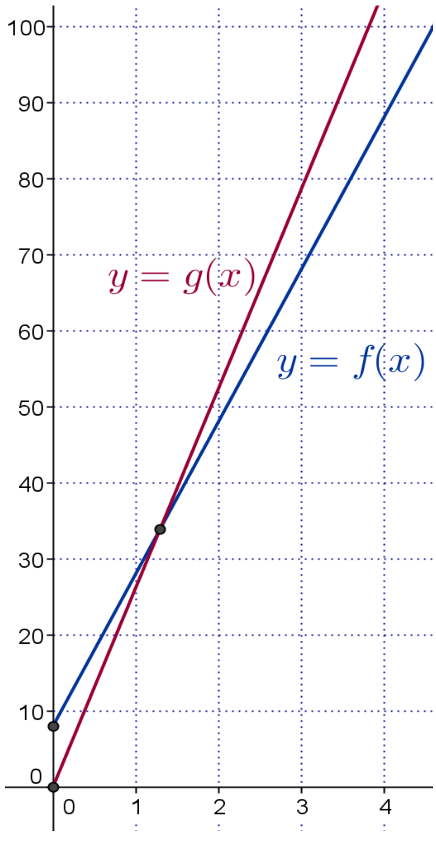
Situation	*Expression de* $f(x)$	f *est-elle affine ?*	f *est-elle linéaire ?*
Il y a eu une augmentation de 6% le 1er mars 2012.	$f(x)=1,06\,x$	Oui	Oui
Il y a eu une augmentation de 9% le 1er mars 2012 puis une baisse de 3% le 1er juin 2012.	$f(x)=1,09\,x\times 0,97$ $f(x)=1,0573\,x$	Oui	Oui
Il y a eu une augmentation de 4% le 1er mars 2012 puis une augmentation de 60 centimes le 1er juin 2012.	$f(x)=1,04\,x+0,60$	Oui	Non

👁 *Une fonction linéaire est forcément affine (en effet, f(x) s'écrit mx+p avec p=0) donc dire « Elle n'est pas affine mais elle est linéaire quand même » est forcément faux ! (et montre que vous avez raté des notions de bases).*

👁 *Une augmentation de 6% se traduit par une multiplication par 1,06. Une multiplication par 1,6=1,60 traduit une augmentation de 60% et non 6%.*

👁 *Avec x en euros, l'écriture f(x)=1,04 x +60 correspond à une augmentation de 4% suivie d'une augmentation de 60 euros et non de 60 centimes.*

Exercice 2.



1) a) *Compléter sans justification* : Lorsque x vaut *0 cm*, le volume du solide en forme de maison est de *8* cm^3 et celui du cône est de *0* cm^3 .

b) *Compléter sans justification* : Lorsque x vaut *10 cm*, le volume du solide en forme de maison est de *208* cm^3 et celui du cône est de $\frac{250\pi}{3}\,cm^3 \approx 262\,cm^3$.

2) a) $f(x)$ en fonction de x. : $\boxed{f(x)=20\,x+8}$ (le *20 x* étant le volume du pavé et le 8 étant le volume du « toit »)

b) $g(x)$ en fonction de x. : $\boxed{g(x)=\frac{1}{3}(\pi r^2)h=\frac{25\pi}{3}x.}$

👁 *Et si vous appreniez enfin les formules de volume ?*

3) Courbes représentatives de f et g ci-contre. Pour tracer ces droites, on place deux points, par exemple ceux de la question 1.
Rappel : Vos calculatrices peuvent tracer les courbes et faire des tableaux de valeurs !

4) f et g sont deux fonctions affines de coefficients directeurs respectifs $m_f=20$ et $m_g=\frac{25\pi}{3}\approx 26,2\,cm^3$. On constate que $m_g>m_f$ donc g , le volume du cône, augmente plus vite que f , celui du solide en forme de maison.

👁 *On vérifie bien sûr que c'est cohérent avec le graphique.*

5) Les valeur(s) de x pour lesquelles ces volumes sont égaux sont les solutions de l'équation $f(x)=g(x)$.

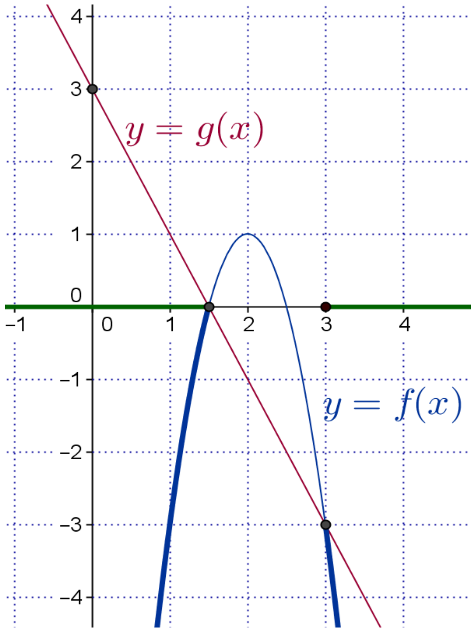
Or $f(x)=g(x)\Leftrightarrow 20x+8=\frac{25\pi}{3}x \overset{(i)}{\Leftrightarrow} 60\,x+24=25\,\pi\,x\Leftrightarrow 24=(25\pi-60)\,x\Leftrightarrow x=\frac{24}{25\,\pi-60}\approx 1,29$

(i) En multipliant les deux membres par 3

👁 *On vérifie que cette fois-ci encore c'est cohérent avec le graphique. Ce qu'on est malins, nous, quand même....*

Exercice 3.

On donne ci-contre la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(2x-3)(5-2x)$.
Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=-2x+3$.



1) a) Sur le même graphique, tracer la courbe représentative de *g*.

Pour tracer cette droite, on place deux points, par exemple ceux-ci :

x	*0*	*3*
y=g(x)	*3*	*-3*

b) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x)\leqslant g(x)$.

Les solutions de l'inéquation $f(x)\leqslant g(x)$ sont les abscisses des points de $\mathscr{C}_f$ situés sur $\mathscr{C}_g$ ou en-dessous de $\mathscr{C}_g$.

$\boxed{f(x)\leqslant g(x)\Leftrightarrow x\in\left]-\infty;\frac{3}{2}\right]\cup[3;\infty[}$.

(1) Phrase d'explication nécessaire !
(2) Laissez des traces de la démarche sur la figure : Coloriez la partie de $\mathscr{C}_f$ qui correspond aux solutions et coloriez les solutions sur l'axe des abscisses.

2) a) Montrer que l'inéquation $f(x)\leqslant g(x)$ équivaut à l'inéquation $(2x-3)(6-2x)\leqslant 0$.

$$f(x)\leqslant g(x)\Leftrightarrow(2x-3)(5-2x)\leqslant -2x+3\Leftrightarrow(2x-3)(5-2x)+2x-3\leqslant 0$$
$$\Leftrightarrow(2x-3)(5-2x)+(2x-3)\times 1\leqslant 0\Leftrightarrow(2x-3)(6-2x)\leqslant 0.$$

b) Résoudre cette inéquation par le calcul.

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		3		$+\infty$
$2x-3$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$6-2x$		$+$	$\vert$	$+$	0	$-$	
$(2x-3)(6-2x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

On lit dans la dernière ligne du tableau : $\boxed{f(x)\leqslant g(x)\Leftrightarrow(2x-3)(6-2x)\Leftrightarrow 0\Leftrightarrow x\in\left]-\infty;\frac{3}{2}\right]\cup[3;\infty[}$.

$\rightarrow$ *On retrouve bien le résultat de la résolution graphique. Joie.*