

<b>D.S. n°7 : Probabilités</b>	<b>2<sup>nde</sup> 7</b>
--------------------------------	--------------------------

Vendredi 15 février 2013, **Calculatrices autorisées**,  
Ce sujet est à rendre avec la copie.

Nom : .....	Communication : - ± +	Note : <u>20</u>
Prénom : .....	Technique : - ± +	
	Raisonnement : - ± +	

*Il faut toujours prouver vos affirmations (sauf mention contraire de l'énoncé).*

<b>16</b>	<b>Exercice 1.</b>
-----------	--------------------

Lorsque Henri a déplacé sa télévision, il a été obligé de débrancher trois câbles. Les trois câbles sont de couleur différentes et correspondent chacun à une entrée spécifique. Malheureusement, les prises ont toutes la même forme et Henri ne se rappelle plus dans quelle prise brancher chaque câble.

- 1) Combien de possibilités différentes existe-t-il pour les branchements ? *On pourra représenter la situation par un arbre.*
- 2) Henri dit qu'il a une chance sur trois de réussir le branchement en branchant les fils au hasard. A-t-il raison ?
- 3) Quelle est la probabilité qu'au moins un des fils soit à sa place si on branche les fils au hasard ?

<b>16,5</b>	<b>Exercice 2.</b>
-------------	--------------------

Un gymnase comporte deux terrains de badminton ( $T_1$  et  $T_2$ ) qui ont la même probabilité d'être occupés. Simon, qui vient souvent jouer, a observé que la probabilité qu'au moins un des terrains soit occupé est 0,78 et que la probabilité qu'au moins un des terrains soit libre est 0,7.

- 1) Simon, qui n'a pas envie de se déplacer pour rien, se demande quelle est la probabilité que les deux terrains soient occupés. Calculez-la pour lui.
- 2) Quelle est la probabilité que le terrain  $T_2$  soit occupé ?
- 3) Quelle est la probabilité qu'un des deux terrains soit occupé et l'autre libre ?

<b>17,5</b>	<b>Exercice 3.</b>
-------------	--------------------

Dans un magasin, les modes de paiement et les montants des achats sont répartis de la façon suivante :

- 51% des achats ont été payés par chèque ;
- 80% des achats sont d'un montant inférieur ou égal à 200 €, dont 20% sont réglés en espèces ;
- 16% des achats sont réglés par carte et sont d'un montant inférieur ou égal à 200 € ;
- 3% des achats sont d'un montant supérieur à 200 € et sont réglés en espèces.

1) Complétez sans justification le tableau suivant

		Montant des achats $M$		
		$M \leq 200$	$M > 200$	Total
Moyens de paiement	Espèces			
	Chèque			
	Carte			
	Total			

2) On prend au hasard un bordereau d'achat. On considère les événements suivants:

- $A$ : « L'achat dépasse 200€. »  
 $B$ : « L'achat est réglé par carte ou par chèque. »  
 $C$ : « L'achat est réglé par carte. »

Calculez la probabilité des événements suivants:

- a)  $A$     b)  $B$     c)  $C$     d)  $C \cap A$     e)  $A \cup \bar{C}$

**Exercice 1.**

Pour fixer les idées, supposons que les fils sont bleu, jaune et rouge et que le bon branchement est BJR. On ne perd pas en généralité car avec d'autres couleurs on obtiendrait les mêmes probabilités.

**1) Représentation de la situation par un arbre.**

1ère prise	2ème prise	3ème prise	Branchement obtenu	Au moins un fil à sa place ?	Il y a donc <u>6 branchements possibles.</u>
B	J	R	BJR	✓	Ces branchements sont équiprobables quand on branche les fils au hasard.
	R	J	BRJ	✓	
J	B	R	JBR	✓	
	R	B	JRB	✓	
R	B	J	RBJ	✓	
	J	B	RJB	✓	

**2) Henri dit qu'il a une chance sur trois de réussir le branchement en branchant les fils au hasard. Il a tort** car un seul branchement sur les 6 est le bon il a donc une chance sur 6 de réussir le branchement en branchant les fils au hasard.

$$P(\text{"Tous les fils sont à leur place si on branche les fils au hasard"}) = \frac{1}{6} \neq \frac{1}{3}.$$

**3) Quelle est la probabilité qu'au moins un des fils soit à sa place si on branche les fils au hasard ?** La probabilité qu'au moins un des fils soit à sa place si on branche les fils au hasard est de 4 sur 6 (voir arbre) c'est-à-dire  $\frac{2}{3}$ .

$$P(\text{"au moins un des fils est à sa place si on branche les fils au hasard"}) = \frac{2}{3}.$$

**Exercice 2.**

On désigne par  $O_1$  l'événement « Le terrain 1 est occupé » et par  $O_2$  l'événement « Le terrain 2 est occupé. »

Données :

- Les deux terrains de badminton ont la même probabilité d'être occupés, c'est-à-dire  $P(O_1) = P(O_2)$ .
- La probabilité qu'au moins un des terrains soit occupé est 0,78 c'est-à-dire  $P(O_1 \cup O_2) = 0,78$ .
- La probabilité qu'au moins un des terrains soit libre est 0,7 c'est-à-dire  $P(\overline{O_1} \cup \overline{O_2}) = 0,7$ .

**1) Simon, qui n'a pas envie de se déplacer pour rien, se demande quelle est la probabilité que les deux terrains soient occupés. Calculez-la pour lui.**

L'événement contraire de « les deux terrains soient occupés » est « au moins un des terrains est libre ».

$$P(\text{"les deux terrains sont occupés"}) = 1 - P(\text{"au moins un des terrains est libre"}) = 1 - 0,7 = 0,3.$$

La probabilité que les deux terrains soient occupés est donc 0,3.

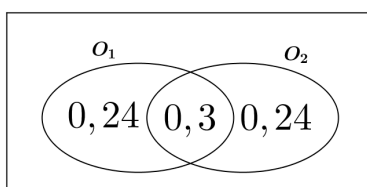
**2) Quelle est la probabilité que le terrain  $T_2$  soit occupé ?**

Une formule du cours nous dit que  $P(O_1 \cup O_2) = P(O_1) + P(O_2) - P(O_1 \cap O_2)$ . Or,  $P(O_1 \cup O_2) = 0,78$  et  $P(O_1) = P(O_2)$  d'après l'énoncé et on vient de prouver que  $P(O_1 \cap O_2) = 0,3$ . La formule devient donc  $0,78 = 2P(O_2) - 0,3$  c'est-à-dire  $2P(O_2) = 0,78 + 0,3 = 1,08$  d'où  $P(O_2) = 0,54$ .

La probabilité que le terrain  $T_2$  soit occupé est 0,54.

**3) Quelle est la probabilité qu'un des deux terrains soit occupé et l'autre libre ?**

On peut représenter la situation par un diagramme de Venn. Comme  $0,54 = 0,3 + 0,24$  on obtient :



La probabilité qu'un des deux terrains soit occupé et l'autre libre est  $0,24 + 0,24 = 0,48$ .

**Exercice 3.**

1) Complétez sans justification le tableau suivant. (Les données de l'énoncé sont en gras, les autres nombres ont été calculés)

		Montant des achats $M$		
		$M \leq 200$	$M > 200$	Total
Moyens de paiement	Espèces	22 % de 80 % 16 %	3 %	19 %
	Chèque	48 %	3 %	51 %
	Carte	16 %	14 %	30 %
	Total	80 %	20 %	100 %

2) On prend au hasard un bordereau d'achat. On considère les événements suivants:

$A$ : « L'achat dépasse 200€. »

$B$ : « L'achat est réglé par carte ou par chèque. »

$C$ : « L'achat est réglé par carte. »

Calculez la probabilité des événements suivants: a)  $A$     b)  $B$     c)  $C$     d)  $C \cap A$     e)  $A \cup \bar{C}$

a)  $P(A) = 20\% = 0,2$

b)  $P(B) = 0,51 + 0,30 = 0,81$

c)  $P(C) = 0,3$

d)  $C \cap A$  est l'événement « L'achat dépasse 200 € ET est réglé par carte » donc  $P(C \cap A) = 0,14$ .

e)  $A \cup \bar{C}$  est l'événement contraire de « L'achat est d'un montant inférieur ou égal à 200 € ET est réglé par carte » donc  $P(A \cup \bar{C}) = 1 - 0,16 = 0,84$ .