D.S. n°8, suite et fin : Loi binomiale	$1^{ère}$ S

Vendredi 25 mai 2012, 15 minutes, **Calculatrices autorisées**

Ce sujet est à rendre avec la copie.

Nom : . . . . Prénom :	Communication : + 0 – Technique : + 0 – Raisonnement : + 0 –	Signature des parents : Vu	Note : $\frac{}{4}$

Exercice 1.

Un constructeur de composants électroniques fabrique des résistances. La probabilité qu'une résistance soit défectueuse est égale à 5×10^{-3}. Soit X le nombre de résistances défectueuses dans un lot de 1000 résistances choisies au hasard dans la production de l'usine. La production de l'usine est suffisamment importante pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 1000 résistances.

/1 **1)** Quelle est la loi de probabilités de X ?

/1 **2)** Quelle est la probabilité qu'exactement deux résistances soient défectueuses sur un lot de 1000? *On pourra noter cet événement A.*

/1 **3)** Quelle est la probabilité qu'au plus deux résistances soient défectueuses sur un lot de 1000? *On pourra noter cet événement B.*

/1 **4)** Dans un lot de 1000 résistances, combien de résistances défectueuses peut-on craindre en moyenne ?

Corrigé du D.S. N°8, rattrapage : Loi binomiale

1) Quelle est la loi de probabilités de X ?

- Choisir une résistance est une épreuve de Bernoulli. En effet, il n'y a que deux issues possible : soit la résistance choisie est défectueuse, soit elle fonctionne. On considère qu'on a obtenu un succès si la résistance choisie est défectueuse. La probabilité d'un « succès » est alors de $p=5\times10^{-3}$.
- On répète cette épreuve de Bernoulli 1000 fois. L'énoncé dit qu'on peut considérer que les tirages sont faits avec remise, et comme les tirages sont faits au hasard, les tirages sont indépendants et identiques. On a donc un un schéma de Bernoulli.
- La variable X qui compte le nombre de succès[1] dans un schéma de Bernoulli suit donc une loi binomiale. Elle a pour paramètres $n=1000$ et $p=5\times10^{-3}$.

2) La probabilité qu'exactement deux résistances soient défectueuses sur un lot de 1000 est $P(A)=P(X=2)=\binom{1000}{2}(0{,}005)^2(0{,}995)^{998}\approx0{,}0839$.

3) B est l'événement « *au plus deux résistances sont défectueuses sur un lot de 1000*». Autrement dit, $B=[X\leqslant2]$.

$$P(B)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)$$

$$=\binom{1000}{0}(0{,}005)^0(0{,}995)^{1000}+\binom{1000}{1}(0{,}005)^1(0{,}995)^{999}+\binom{1000}{2}(0{,}005)^2(0{,}995)^{998}\approx0{,}124$$

4) X suit une loi binomiale, son espérance est donc $E(X)=n\,p=1000\times\frac{5}{1000}=5$. On peut donc estimer à 5 en moyenne le nombre de résistances défectueuses dans un lot de 1000 résistances.

[1] *Et voilà pourquoi on a décidé que le choix d'une résistance défectueuse était un succès. Si X avait compté le nombre de résistances en état de fonctionnement, on aurait décidé que le choix d'une de résistance en état de fonctionnement était un succès.*