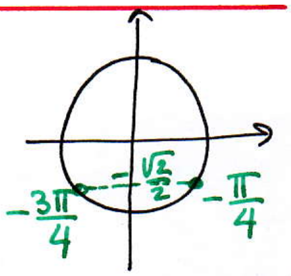
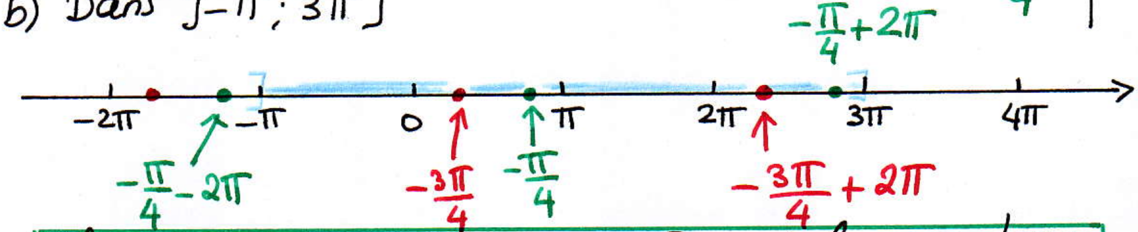
DS 11 CORRIGE 8D

Exercice 1

a) $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + 2k\pi , -\frac{3\pi}{4} + 2k\pi \,/\, k \in \mathbb{Z} \right\}$
est l'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$

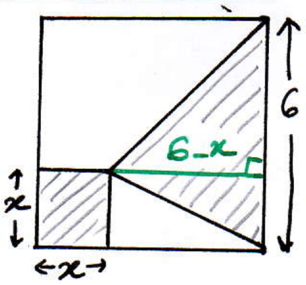


b) Dans $]-\pi ; 3\pi]$



Les solutions dans $]-\pi, 3\pi]$ sont les nombres
$-\frac{3\pi}{4} ; -\frac{\pi}{4} , -\frac{3\pi}{4}+2\pi ; -\frac{\pi}{4}+2\pi$.

Exercice 2



1) $f(x) = \mathcal{A}_{carré} + \mathcal{A}_{triangle}$
$= x^2 + \frac{6(6-x)}{2} = x^2 + 3(6-x)$

$\boxed{f(x) = x^2 - 3x + 18 \text{ avec } 0 \leq x \leq 6}$

2) $f(x) = 18 \iff x^2 - 3x + 18 = 18$
$\iff x^2 - 3x = 0 \iff x(x-3) = 0 \iff x = 0$ ou $x = 3$

$\boxed{f(x) = 18 \text{ ssi } x = 0 \text{ ou } x = 3.}$

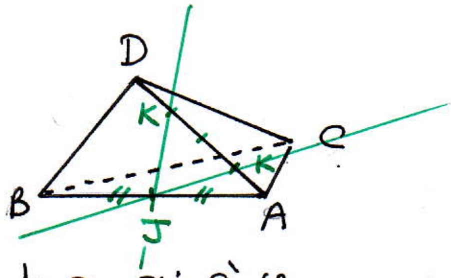
3) f est un trinôme du second degré. Sa courbe représentative est donc une parabole. Comme le coefficient de x^2 (qui vaut 1) est positif, cette parabole est tournée vers le haut, donc f est décroissante puis croissante.
0 et 3 ont la même image par f donc par symétrie de $\mathcal{C}_f$, cela veut dire que le sommet de $\mathcal{C}_f$ a pour abscisse le milieu et $[0;3]$ cad 1,5

x	0		$\frac{3}{2}$		3		6
f	18	↘	15,75	↗	18	↗	36

- $f\left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 3 \times \frac{3}{2} + 18$
$= \frac{9}{4} - \frac{9}{2} + 18 = -\frac{9}{4} + 18$
$= -\frac{1}{4} - \frac{8}{4} + 18 = -\frac{1}{4} + 16 = 15,75$
- $f(6) = 36 - 18 + 18 = 36$

4)a) Au vu du tableau de variation, f est maximale pour $x = 6$.
b) D'après le tableau de variations, f est minimale qd $x = \frac{3}{2}$.

Exercice 3



1) FAUX. Si les droites (JK) et (CD) étaient sécantes elles seraient coplanaires. Comme J, K et D appartiennent au plan ABD, cela impliquerait que C appartient aussi à ce plan, ce qui n'est pas le cas.

2) FAUX

$44 = 6\times 7 + 2$

$$\begin{array}{c|c} 44 & 6 \\ \hline 2 & 7 \end{array}$$

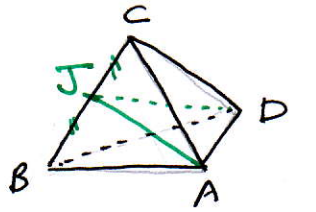
donc $\dfrac{44\pi}{6} = \dfrac{6\times 7\pi}{6} + \dfrac{2\pi}{6}$

$$= 7\pi + \frac{\pi}{3} = 8\pi - \pi + \frac{\pi}{3} = 8\pi - \frac{2\pi}{3}$$

$\dfrac{44\pi}{6} = -\dfrac{2\pi}{3} + 8\pi$ ← 4 tours.

$\dfrac{44\pi}{6}$ et $-\dfrac{2\pi}{3}$ diffèrent d'un multiple de 2π, ils ont donc la même image sur le cercle trigonométrique.

3) VRAI JAD est isocèle en J



En effet, avec $a = AB$, JA est la hauteur d'un triangle équilatéral de côté a et JD aussi donc $JA = JD \left(= a\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$

4) VRAI

$(\cos x - 4\sin x)^2 + (4\cos x + \sin x)^2$

$= \underline{\cos^2 x} + 16\sin^2 x - \cancel{8\sin x\cos x} + 16\cos^2 x + \cancel{8\sin x\cos x} + \underline{\sin^2 x}$

$= 1 + 16$ car $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

et $16\cos^2 x + 16\sin^2 x = 16$

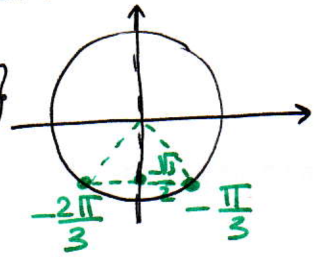
$= 17$

DS 11 CORRIGÉ SG, non rédigé

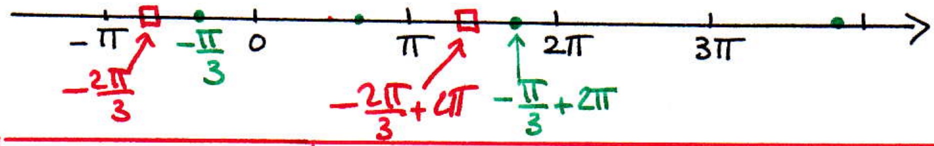
voir le sujet Droit pour la rédaction

Exercice 1

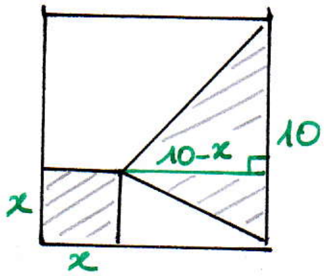
a) Solutions dans $\mathbb{R}$: $S = \left\{-\frac{2\pi}{3}+2k\pi\ ;\ -\frac{\pi}{3}+2k\pi\right\}$



b) Sol ds $]-\pi\ ;3\pi]$: $S=\left\{-\frac{2\pi}{3} ; -\frac{\pi}{3} ; -\frac{2\pi}{3}+2\pi ; -\frac{\pi}{3}+2\pi\right\}$



Exercice 2



1) $f(x) = x^2 + \frac{(10-x)\times 10}{2} = x^2 + 5(10-x)$

$\boxed{f(x) = x^2 - 5x + 50 \text{ pour } x \in [0;10]}$

2) $f(x) = 50 \iff x^2 - 5x = 0 \iff x(x-5) = 0$
$\iff x = 0 \text{ ou } 5$

3) Par symétrie $x_S = \frac{0+5}{2} = 2,5$ (Voir SD pour les justifications)

x	0	$\frac{5}{2}$	5	10
f	50 ↘	43,75	↗ 50	↗ 100

• $f\left(\frac{5}{2}\right) = \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 5\times\frac{5}{2} + 50 = \frac{25}{4} - \frac{25}{2} + 50$
$= -\frac{25}{4} + 50 = -\frac{24}{4} - \frac{1}{4} + 50$
$= -\frac{1}{4} - 6 + 50 = 44 - \frac{1}{4} = 43,75$

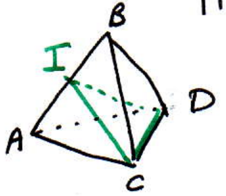
• $f(10) = 100 - 50 + 50$

4) max pour $x = 100$
min pour $x = \frac{5}{2}$.

Exercice 3

1) VRAI. On développe et on utilise $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

2) VRAI



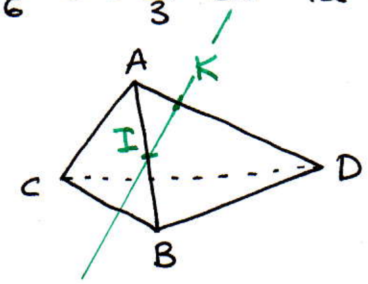
IC et ID sont des hauteurs de triangles équilatéraux superposables. Elles ont donc la même longueur.

3) FAUX $\frac{58\pi}{6} = \frac{54\pi}{6} + \frac{4\pi}{6} = 9\pi + \frac{2\pi}{3} = 10\pi - \pi + \frac{2\pi}{3} = 10\pi - \frac{\pi}{3}$

5 tours

$\frac{58\pi}{6}$ et $-\frac{\pi}{3}$ ont la même image.

4) FAUX



(IK) et (CD) ne sont pas coplanaires sinon C appartiendrait au plan ABD.
Elles ne peuvent donc pas être sécantes.