NOM **TS2**

**DEVOIR SURVEILLÉ 1**

durée 2 heures — Calculatrice autorisée

*Dans ce devoir toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative, même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.*

***L'énoncé est à rendre avec la copie***

## EXERCICE 1 ( 4 points )

1. Dessiner un cube IJKLMNOP.
2. Cette question est un VRAI-FAUX. On demande de dire pour chacune des quatre affirmations suivantes si elle est vraie ou fausse. Dans le cas où la proposition est vraie, on ne demande pas de justification. Dans le cas où la proposition est fausse, on demande de donner un contre-exemple en utilisant le cube plus haut et en utilisant les seuls points existants.

*Rappel des notations :*

- *$\mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2$ désigne l'ensemble des points communs aux plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$.*
- *L'écriture $\mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2 = \emptyset$ signifie que les plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ n'ont aucun point commun.*

1. Si $\mathcal{P}_1$, $\mathcal{P}_2$ et $\mathcal{P}_3$ sont trois plans distincts de l'espace vérifiant :
$$\mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2 \neq \emptyset \text{ et } \mathcal{P}_2 \cap \mathcal{P}_3 \neq \emptyset,$$
alors on peut conclure que $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_3$ vérifient : $\mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_3 \neq \emptyset$.
2. Si $\mathcal{P}_1$, $\mathcal{P}_2$ et $\mathcal{P}_3$ sont trois plans distincts de l'espace vérifiant :
$$\mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2 \cap \mathcal{P}_3 = \emptyset$$
alors on peut conclure que $\mathcal{P}_1$, $\mathcal{P}_2$ et $\mathcal{P}_3$ sont tels que : $\mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2 = \emptyset$ et $\mathcal{P}_2 \cap \mathcal{P}_3 = \emptyset$.
3. Si $\mathcal{P}_1$, $\mathcal{P}_2$ et $\mathcal{P}_3$ sont trois plans distincts de l'espace vérifiant :
$$\mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2 \neq \emptyset \text{ et } \mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_3 = \emptyset,$$
alors on peut conclure que $\mathcal{P}_2$ et $\mathcal{P}_3$ vérifient : $\mathcal{P}_2 \cap \mathcal{P}_3 \neq \emptyset$.
4. Si $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ sont deux plans distincts et $\mathcal{D}$ une droite de l'espace vérifiant :
$$\mathcal{P}_1 \cap \mathcal{D} \neq \emptyset \text{ et } \mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2 = \emptyset,$$
alors on peut conclure que $\mathcal{P}_2 \cap \mathcal{D} \neq \emptyset$

## EXERCICE 2 ( 4 points )

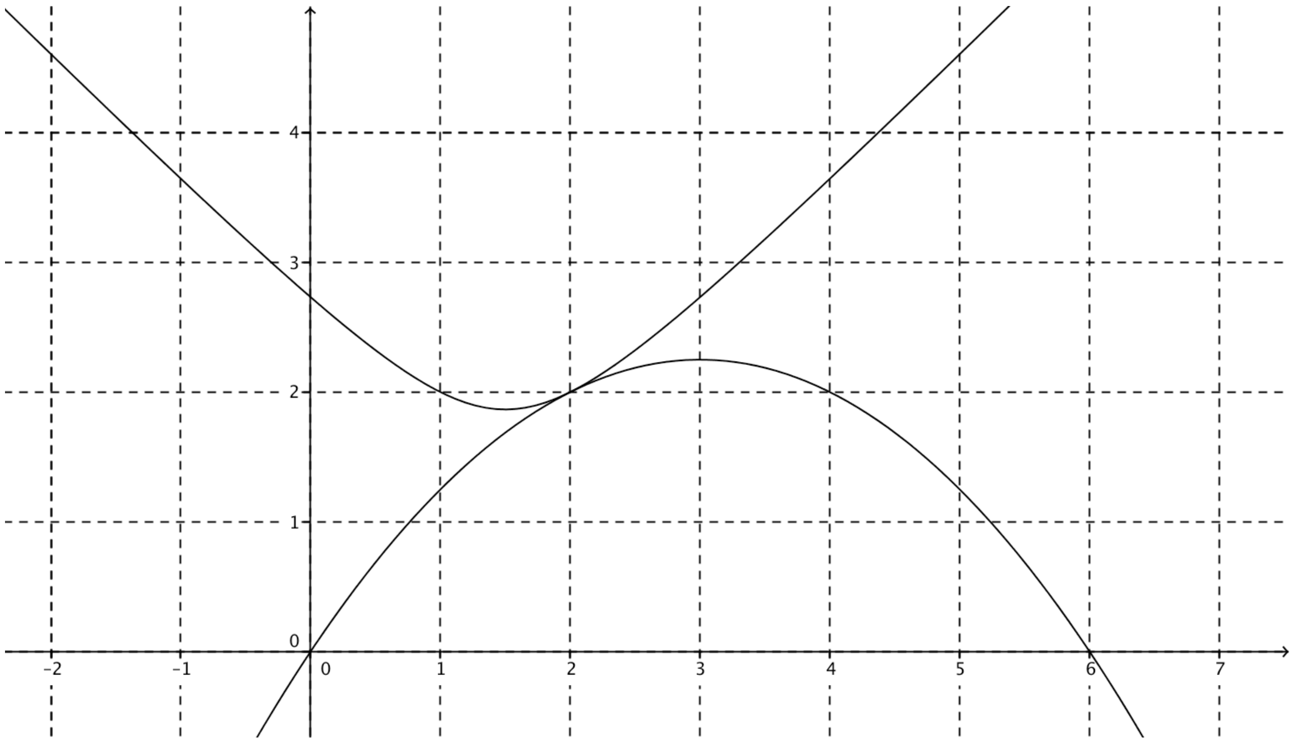
Un générateur de force électromotrice E et de résistance interne r débite sur un résistor de résistance R variable. La puissance P dépensée dans le résistor est fonction de R et définit une fonction $P : R \mapsto \dfrac{RE^2}{(R+r)^2}$. ( on fait observer que les quantités E et *r* sont strictement positives )

1. Étudier les variations de la fonction P sur $[0;+\infty[$ .
2. Pour quelle valeur de R la puissance dépensée est-elle maximale ?

## EXERCICE 3 ( 4 points )

Les fonctions *f* et *g* sont définies sur $\mathbb{R}$ par : $f : x \mapsto \sqrt{x^2 - 3x + 3} + 1$ et $g : x \mapsto -\dfrac{1}{4}x^2 + \dfrac{3}{2}x$ .

1. Justifier que la fonction *f* est dérivable sur $\mathbb{R}$ .
2. On a représenté les courbes représentatives de *f* et de *g*. Tracer la tangente à la courbe représentative de g au point d'abscisse 2. Que peut-on constater concernant cette tangente et la courbe représentative de *f* ? Montrer alors le résultat observé.



**EXERCICE 4 ( 8 points )**

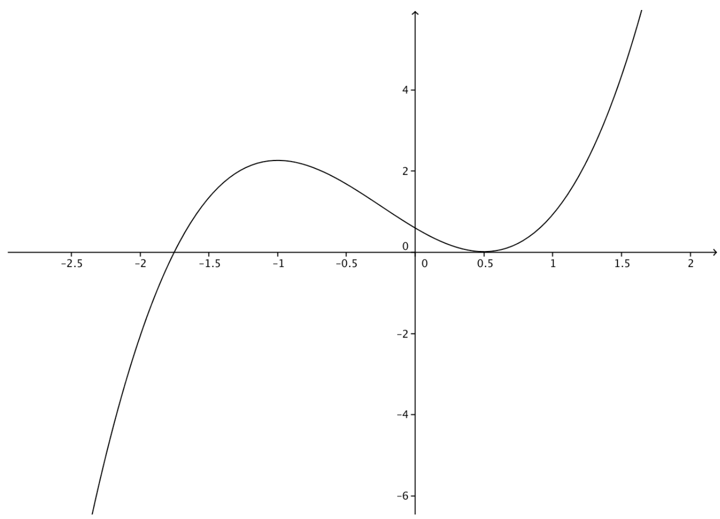
**PARTIE A : question de cours**

1. Sur la copie recopier et compléter l'énoncé du théorème des valeurs intermédiaires suivant : «On considère une fonction g définie et continue sur un intervalle $\left[cd\right]$. ... »
2. Illustrer par un graphique, le fait que, si la fonction g n'est pas continue sur l'intervalle $\left[cd\right]$, le théorème des valeurs intermédiaires ne s'applique pas.

**PARTIE B**

On considère la fonction *g* définie sur l'ensemble des réels par : $g(x)=\frac{4}{3}x^3+x^2-2x+\frac{3}{5}$ .

On a représenté à l'aide du logiciel géogébra la courbe représentative de *g*.



1. Conjecturer à l'aide du graphique le nombre de solutions de l'équation $g(x)=0$ .
2. Étudier les variations de *g*.
3. Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution négative. En donner, à l'aide de la calculatrice, un encadrement d'amplitude $10^{-3}$ .
4. La conjecture de la question 1. était-elle exacte ?
5. Pour les deux questions suivantes, on ne demande pas de justification :

a. Quel est l'ensemble des valeurs de *k* pour lesquelles $g(x)=k$ admet exactement 3 solutions ?

a. Quel est l'ensemble des valeurs de *k* pour lesquelles $g(x)=k$ admet au plus 2 solutions ?