NOM **TS2**

DEVOIR SURVEILLÉ 2

durée 2 heures — Calculatrice autorisée

Dans ce devoir toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative, même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.

L'énoncé est à rendre avec la copie

EXERCICE 1 (6 points)

On exprimera les probabilités sous la forme de fractions irréductibles.

Thomas possède un lecteur MP3 sur lequel il a stocké plusieurs milliers de morceaux musicaux. L'ensemble des morceaux musicaux qu'il possède se divise en trois genres distincts selon la répartition suivante : 30 % de musique classique, 45 % de variété, le reste étant du jazz.

Thomas a utilisé deux qualités d'encodage pour stoker ses morceaux musicaux : un encodage de haute qualité et un encodage standard. On sait que : les 5/6 des morceaux de musique classique sont encodés en haute qualité et les 5/9 des morceaux de variété sont encodés en qualité standard.

On considérera les événements suivants :

C : « le morceau écouté est un morceau de musique classique »

V : « le morceau écouté est un morceau de variété » J : « le morceau écouté est un morceau de jazz »

H : « le morceau écouté est un morceau encodé en haute qualité »

S : « le morceau écouté est un morceau encodé en qualité standard »

Thomas décide d'écouter un morceau au hasard parmi tous les morceaux stockés sur son MP3 en utilisant la fonction *lecture aléatoire*.

1. Quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un morceau de musique classique encodé en qualité standard ?
2. On affirme que $P(H)=\dfrac{13}{20}$. *Les trois questions suivantes sont indépendantes.*

2. a. Les événements C et H sont-ils indépendants ?

2. b. Thomas écoute un morceaux encodé en qualité standard. Quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un morceau de musique classique ?

2. c. Déterminer $P_J(H)$.

EXERCICE 2 (8 points)

Les deux parties peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

PARTIE A

On considère la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ définie par : $u_0=4$ et $u_{n+1}=\dfrac{1}{4}u_n+\dfrac{3}{4}$.

1. Représenter graphiquement les premiers termes de la suite. (on prendra un repère orthonormé de 4 cm d'unité)
2. On admet que la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ est minorée par 1. En déduire le sens de variation de $(u_n)_{n\geq 0}$.
3. Montrer que, pour tout entier naturel n, on a : $u_n=1+\dfrac{3}{4^n}$.
4. Quelle est la limite de la suite $(u_n)_{n\geq 0}$? Le résultat est-il cohérent avec la représentation graphique de la question 1. ?
5. On pose $S_n=u_0+u_1+...+u_n=\sum_{i=0}^{n}u_i$. Exprimer S_n en fonction de n.
6. Déterminer la limite des suites (S_n), (S_n-n) et $\left(\dfrac{S_n}{n}\right)$.

PARTIE B

Cette partie est un Q.C.M. On demande à chaque fois de préciser clairement LA bonne réponse. On ne demande pas de justifier la réponse. Les mauvaises réponses ne sont pas pénalisées.

On considère une suite $(u_n)_{n\geq 0}$ et on pose $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n = \sum_{i=0}^{n} u_i$.

1. Si la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ arithmétique dont la raison est strictement positive alors la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ est obligatoirement

a) croissante b) décroissante c) ni croissante ni décroissante d) on ne peut rien dire

2. Si la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ géométrique dont la raison $q \in]0;1[$ et dont le premier terme est non nul alors la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ est obligatoirement

a) croissante b) décroissante c) ni croissante ni décroissante d) on ne peut rien dire

3. Si la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ arithmétique dont la raison est strictement négative alors la suite $(S_n)_{n\geq 0}$ est à partir d'un certain rang obligatoirement

a) croissante b) décroissante c) ni croissante ni décroissante d) on ne peut rien dire

4. Si la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ géométrique dont la raison $q \in]1;+\infty[$ et dont le premier terme est strictement négatif alors la suite $(S_n)_{n\geq 0}$ est obligatoirement

a) croissante b) décroissante c) ni croissante ni décroissante d) on ne peut rien dire

EXERCICE 3 (6 points)

On considère la fonction g définie sur $[0;4]$ par : $g(x) = x\sqrt{x(4-x)}$.

On admettra que cette fonction est dérivable sur $]0;4[$.

1. a. Montrer avec soin que sur cet ensemble on a :

$$g'(x) = \frac{6x-2x^2}{\sqrt{x(4-x)}} .$$

1. b. Dresser le tableau de variation de la fonction *g*.

2. Déterminer le nombre de solutions de l'équation $g(x) = 2$.

3. On considère l'algorithme ci-contre :

variables	*a*, *b*, *p* et *k* sont des réels

algorithme	entrer la valeur de *k*
	entrer la valeur de *p*
	a prend la valeur 0
	b prend la valeur 0
	Tant que *b*<*k* faire
	    a prend la valeur $a+p$
	    b prend la valeur $a\sqrt{a(4-a)}$
	Fin du Tant que
	afficher *a*
	afficher $a-p$

3. a. Faire fonctionner cet algorithme lorsque l'on entre *k*=2 et *p*=0,3. (*on utilisera et complètera le tableau ci-dessous en arrondissant les valeurs à 0,01 et on entourera les valeurs affichées*)

3. b. Pourquoi est-on sûr lorsque l'on entre *k*=2 que la boucle va s'arrêter à un moment donné ?

3. c. Lorsque l'algorithme affiche 1,6 et 1,5 donner sans justification la valeur de *p* et une valeur de *k* possible.

a							
b							
test *b*<*k*							