Classe de seconde — Corrigé du devoir commun.

EXERCICE 1 :

1) Calcul de la moyenne de la série concernant l'année 2025

$$\overline{x}_{2025} = \frac{136 \times 10 + 379 \times 40 + 212 \times 63 + 166 \times 71 + 82 \times 81 + 25 \times 93}{1\,000} = \frac{50\,629}{1\,000} \approx \boxed{50{,}63}$$

2) a) Proportion de la population qui aura plus de 71 ans en 2050

D'après le deuxième tableau, le 3ème quartile de la série concernant l'année 2050 est égal à 71 ans. Cela signifie qu'au moins 25% de la population aura plus de 71 ans en 2050

b) En 2000, la moitié de la population aura moins de quel âge ?

D'après le deuxième tableau, la médiane de la série concernant l'année 2000 est égale à 40 ans. Cela signifie qu'au moins 50% soit la moitié de la population avait moins de 40 ans en 2000

c) Prévision pour les trois quarts des français les plus vieux en 2050.

D'après le deuxième tableau, le premier quartile de la série concernant l'année 2050 est égal à 40 ans. Cela signifie qu'au moins les trois quarts des français les plus vieux auront plus de 40 ans

d) Pourcentage de la population qui avait moins de 66 ans en 2000

On utilise pour calculer ce pourcentage le premier tableau

$$p_{x \leq 66} = \frac{198 + 442 + 162}{1\,000} = \frac{802}{1000} = 0{,}802 = \boxed{80{,}2\,\%}$$

EXERCICE 2 : Voir annexe.

EXERCICE 3 :

1) Ensemble de définition de la fonction f.

On pose $x = AM$. Le point M décrit le segment [AB] et le segment [AB] a une longueur égale à 10 cm. x prend donc toutes les valeurs comprises entre 0 et 10
L'ensemble de définition de f est donc l'intervalle [0 ; 10]

$$\boxed{\mathcal{D}f = [0\,;10]}$$

2) Valeur de x et de $f(x)$ lorsque $M = A$

Lorsque $M = A$ on a $AM = 0$ cm et donc $x = 0$. Alors $f(0) = \text{Aire}(ADC) = \frac{AD \times DC}{2} = \frac{20 \times 10}{2} = \boxed{100}$

ou $f(0) = \frac{10 \times 0^2 + 100}{0+1} = \frac{100}{1} = \boxed{100}$

3) a) Valeur exacte de l'aire grisée en cm² lorsque M est le milieu de [AB]

Lorsque M est le milieu de [AB] on a $AM = 5$ cm et donc $x = 5$

Alors $f(5) = \frac{10 \times 5^2 + 100}{5+1} = \frac{10 \times 25 + 100}{6} = \boxed{\frac{350}{6}} = \boxed{\frac{175}{3}}$ donc l'aire grisée vaut $\boxed{\frac{350}{6}\text{ cm}^2}$ ou $\frac{175}{3}$ cm²

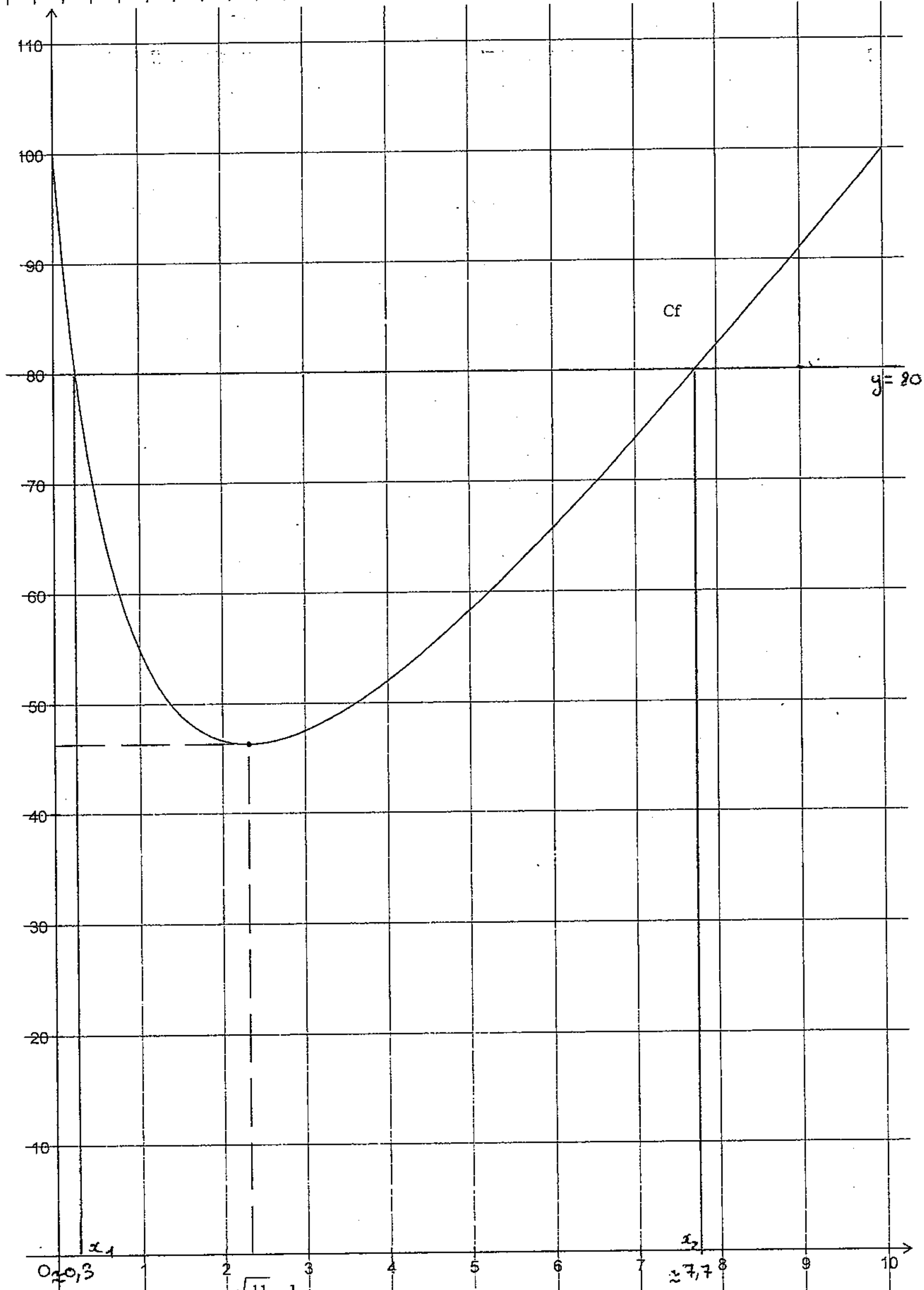
b) Voir annexe

c) Valeur du minimum de f, arrondi à 0,01

Le minimum est d'après l'énoncé atteint en $\sqrt{11}-1$ donc il vaut $f(\sqrt{11}-1)$

D'après la calculatrice on a : $f(\sqrt{11}-1) \approx \boxed{46,33}$

d) Courbe représentative de f



4) Ensemble des valeurs de x pour lesquelles l'aire grisée est supérieure à $80\,cm^2$

On résout graphiquement l'inéquation $f(x) > 80$.
Les solutions de l'inéquation sont les abscisses des points de la courbe représentative de f situés au-dessous de la droite d'équation $y = 80$.

Sur le graphique on lit que l'ensemble des solutions S de cette inéquation est

$S = [0; x_1[\cup]x_2; 10]$ avec $x_1 \approx 0,3$ et $x_2 \approx 7,7$

5) Tableau de variation de f.

x	0		$\sqrt{11}-1$		10
$f(x)$	100	$\searrow$	$f(\sqrt{11}-1)$	$\nearrow$	100

EXERCICE 4 :

1) Figure : voir en annexe

2) Tableau de coordonnées des points : voir en annexe

3) Montrons que le triangle JOI est isocèle rectangle.

Calcul des distances OI, OJ et IJ.

$$OI = \sqrt{(x_I - x_O)^2 + (y_I - y_O)^2} = \sqrt{\left(2-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(0-\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{4}+\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{10}{4}} = \boxed{\frac{\sqrt{10}}{2}}$$

$$OJ = \sqrt{(x_J - x_O)^2 + (y_J - y_O)^2} = \sqrt{\left(1-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(2-\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4}+\frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{10}{4}} = \boxed{\frac{\sqrt{10}}{2}}$$

$$IJ = \sqrt{(x_J - x_I)^2 + (y_J - y_I)^2} = \sqrt{(1-2)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \sqrt{1+4} = \boxed{\sqrt{5}}$$

On constate que $OI = OJ = \frac{\sqrt{10}}{2}$ donc le triangle JOI est isocèle en O

Montrons que JOI est également rectangle en O.

On a : $OI^2 + OJ^2 = \left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right)^2 = \frac{10}{4} + \frac{10}{4} = \frac{20}{4} = 5$

et : $IJ^2 = \left(\sqrt{5}\right)^2 = 5$

On a donc : $OI^2 + OJ^2 = IJ^2$. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle JOI est rectangle en O

En conclusion : le triangle JOI est isocèle et rectangle en O.

4) Calcul des coordonnées du point K.

$x_K = \frac{x_I + x_J}{2} = \frac{2+1}{2} = \boxed{\frac{3}{2}}$ $y_K = \frac{y_I + y_J}{2} = \frac{0+2}{2} = \frac{2}{2} = \boxed{1}$

Donc $\boxed{K\left(\frac{3}{2}; 1\right)}$

5) Nature du quadrilatère JOIE

On peut conjecturer que JOIE est un carré

Justification:

Etape 1: Prouvons que JOIE est un parallélogramme

On sait que : - K est le milieu de [IJ]
- K est le milieu de [OE] car E est le symétrique de O par rapport à K.

Or, si les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme

Donc JOIE est un parallélogramme.

Etape 2: Prouvons que JOIE est un carré

On sait que : - JOIE est un parallélogramme
- $OI = OJ$ car JOI est isocèle en O
- $\widehat{IOJ} = 90°$ car JOI est rectangle en O.

Or, si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur et perpendiculaires, alors c'est un carré

Donc : JOIE est un carré.

6) Lecture graphique des coordonnées de E :

On lit $\boxed{E(2{,}5 ; 1{,}5)}$ ou $\boxed{E\left(\frac{5}{2} ; \frac{3}{2}\right)}$

7) Combien de fois l'aire du carré JOIE représente celle de ABCD

$\text{Aire}(ABCD) = AB^2 = 1^2 = 1$

$\text{Aire}(JOIE) = OI^2 = \left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right)^2 = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$

On en déduit que: $\boxed{\text{Aire } JOIE = \frac{5}{2} \times \text{Aire } ABCD}$

EXERCICE 5.

1) Résultat affiché par l'algorithme lorsque l'on entre 25 000

$a = 25\,000$
$a \geqslant 11\,000$ donc $b = 0{,}12 \times a = 0{,}12 \times 25\,000 = 3000$
$c = b + 1500 = 3000 + 1500 = 4500$
L'algorithme affiche la valeur $\boxed{4500}$.
Cela signifie que le salaire mensuel du représentant de commerce est égal à 4500 € lorsque le montant de ses ventes s'élève à 25 000 €.

2) Voir annexe.

3) Montant des ventes du représentant de commerce en décembre :

Part variable du salaire : $3000 - 1500 = 1500$ €.
$1500 : 0{,}12 = 12\,500$ et $12\,500 \geqslant 11\,000$ € et $1500 : 0{,}08 = 18\,750$ et $18\,750 \geqslant 11\,000$
On en déduit donc que le montant de ses ventes est de 12 500 €

NOM CLASSE

FEUILLE ANNEXE A RENDRE AVEC LA COPIE

EXERCICE 2 Questionnaire à choix multiples (on entourera lisiblement la bonne réponse)

1. Parmi les fonctions suivantes, définies sur l'ensemble des réels, laquelle **n'est pas** affine ? :			
$f(x)=\pi x$	$f(x)=\sqrt{10}$	$f(x)=7-x$	$f(x)=(x-4)x$
2. Dans un repère quelconque, on donne A(-32;75) et B(0;-23). Si B est le milieu de $[AC]$ alors			
C(-16;26)	C(-32;98)	C(32;-121)	C(-32;173)
3. La fonction $x \mapsto 3x-1000\pi$ est :			
croissante sur $\mathbb{R}$	positive sur $\mathbb{R}$	décroissante sur $\mathbb{R}$	négative sur $\mathbb{R}$
4. Un objet valant P euros voit son prix baisser de 17 %, son nouveau prix en euros s'écrit alors :			
$P-\frac{17}{100}$	$0{,}17\times P$	$0{,}83\times P$	$P+\frac{83}{100}$
5. L'ensemble des solutions de l'inéquation $(3-x)(x+7)<0$ est :			
$]-\infty;-7[\cup]3;+\infty[$	$]-\infty;-7]\cup[3;+\infty[$	$]-7;3[$	$[-7;3]$
6. Si une fonction *f* admet un maximum de -3 en 4, alors pour tout réel *x* de l'ensemble de définition de *f*, on a :			
$f(x)\leq 4$	$f(x)\leq -3$	$f(x)\geq -3$	$f(x)\geq 4$
7. Le triangle ABC est rectangle en B. On donne AB=5 cm et AC=12 cm donc :			
BC=13 cm	BC=$\sqrt{119}$ cm	BC=7 cm	BC=$\sqrt{13}$ cm
8. La médiane de la série statistique : 3 - 5 - 5 - 5- 6 - 7 - 8 - 9 - 9 - 9 - 15 - 16 - 18 -18 est :			
8	8,5	9	9,5

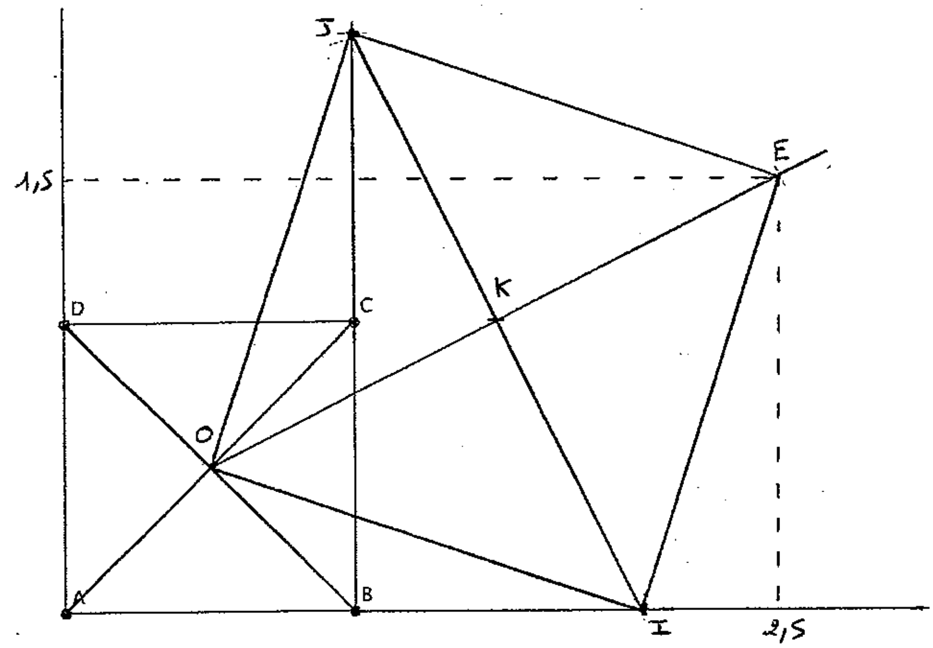
EXERCICE 3

3. b. tableau de valeurs à compléter (on arrondira les résultats à 0,1 près)

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(x)$	100	55	46,7	47,5	52	58,3	65,7	73,8	82,2	91	100

EXERCICE 4

1. Figure à compléter tout au long de l'exercice



2. Tableau à compléter (on ne demande pas de justification)

point	A	B	C	D	O	I	J
coordonnées	(0;0)	(1;0)	(1;1)	(0;1)	$(\frac{1}{2};\frac{1}{2})$	(2;0)	(1;2)

EXERCICE 5

2. *Texte à compléter* :

Chaque mois, le salaire du représentant de commerce est composé de deux parties : la première est fixe d'un montant égal à 1.500€ et la seconde est variable. La part variable du salaire de ce représentant équivaut à 12 % du montant de ses ventes si celles-ci dépassent un total mensuel de 11.000€ et à ....8.. % du montant de ses ventes mensuelles dans le cas contraire.