NOM TS3

DEVOIR SURVEILLÉ 5

durée 3 heures Calculatrice autorisée

Dans ce devoir toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative, même non fructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.

L'énoncé n'est pas à rendre avec la copie

EXERCICE 1 (9 points)

Les parties B et C sont indépendantes.

On considère la fonction *f* définie sur l'intervalle $]-\infty;1[$ par : $f(x)=\dfrac{e^{-x}}{1-x}$.

PARTIE A

1. Déterminer la limite de $f(x)$ en $-\infty$ (on pourra écrire $f(x)=\dfrac{-x}{1-x}\times\dfrac{e^{-x}}{-x}$) puis déterminer la limite de $f(x)$ en 1.
2. Exprimer $f'(x)$ en fonction de x sur l'intervalle $]-\infty;1[$.
3. Dresser le tableau de variation **complet** de la fonction *f* sur l'intervalle $]-\infty;1[$.

PARTIE B

1. Montrer que l'équation $f(x)=2$ admet sur $[0;1[$ une unique solution que l'on notera α puis en donner, à l'aide de la calculatrice, une valeur approchée à 0,01 près.
2. Donner, à l'aide de la calculatrice, une valeur approchée de l'intégrale $\int_0^\alpha f(t)\,dt$ à 0,001 près.
3. Dans un repère orthogonal, on a représenté la courbe représentative de la fonction *f* donnée dans la feuille annexe. Hachurer l'aire correspondant à l'intégrale $\int_0^\alpha f(t)\,dt$ puis, en mesurant les unités sur chacun des axes sur le graphique, en donner une valeur approchée au cm^2 près

PARTIE C

1. Donner le meilleur encadrement possible par deux réels de $f(x)$ sur $[-1;0]$.
2. En utilisant le fait que $\int_{-1}^0 x^4\,dx=\dfrac{1}{5}$, établir un encadrement de l'intégrale $\int_{-1}^0 x^4 f(x)\,dx$.

EXERCICE 2 (7 points)

On considère un cube ABCDEFGH d'arête de longueur 1. On se place dans le repère orthogonal $\left(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD};\overrightarrow{AE}\right)$.

On considère les points $I\left(1;\frac{1}{3};0\right)$, $J\left(0;\frac{2}{3};1\right)$, $K\left(\frac{3}{4};0;1\right)$ et $L\left(\frac{1}{4};1;0\right)$.

PARTIE A

1. Compléter la figure donnée en feuille annexe.
2. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (IJ).
3. Montrer que $\begin{cases} x=\frac{3}{4}-\frac{1}{2}u \\ y=u \\ z=1-u \end{cases} \quad u\in\mathbb{R}$ est une représentation paramétrique de la droite (KL).
4. Montrer que les droites (IJ) et (KL) sont sécantes et préciser leur point d'intersection.

PARTIE B

1. Montrer que le quadrilatère IKJL est un parallélogramme. En quoi ce résultat permet-il de répondre à la question 4 de la partie A ?
2. Sur la figure de la partie A, faire figurer le point M intersection de la droite (BF) avec le plan (IJK) puis le point N intersection de la droite (DH) et du plan (IJK). (on ne demande pas de justification)

EXERCICE 3 (4 points)

1. Justifier brièvement que $\int_0^1 x\,dx=\frac{1}{2}$.
2. Écrire un algorithme permettant de calculer, après avoir entré l'entier naturel n, la somme :

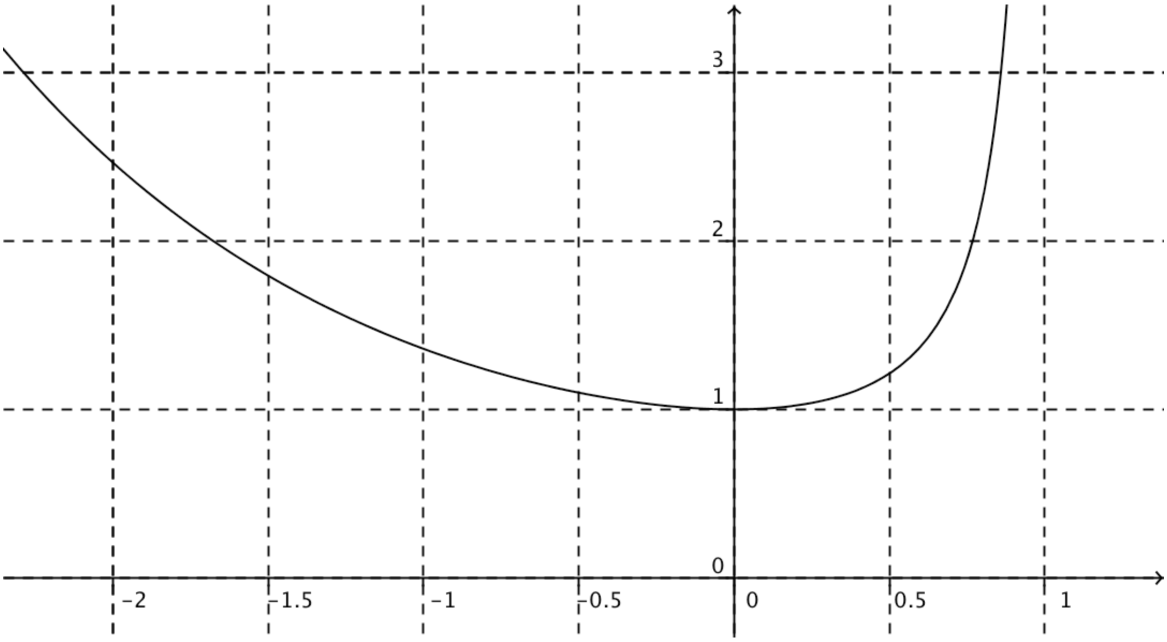
$$S_n=\frac{1}{n}\left[3\left(\frac{0}{n}\right)^2+\left(\frac{0}{n}\right)+2\right]+\frac{1}{n}\left[3\left(\frac{1}{n}\right)^2+\left(\frac{1}{n}\right)+2\right]+\frac{1}{n}\left[3\left(\frac{2}{n}\right)^2+\left(\frac{2}{n}\right)+2\right]+...+\frac{1}{n}\left[3\left(\frac{n-1}{n}\right)^2+\left(\frac{n-1}{n}\right)+2\right]$$

3. Si on lance l'algorithme de la question 2 avec n=100 000, à quel résultat doit-on s'attendre ? (on donne pour indication $\int_0^1 x^2\,dx=\frac{1}{3}$ et **on ne demande pas de programmer l'algorithme sur la calculatrice**)

NOM

FEUILLE ANNEXE

EXERCICE 1



EXERCICE 2