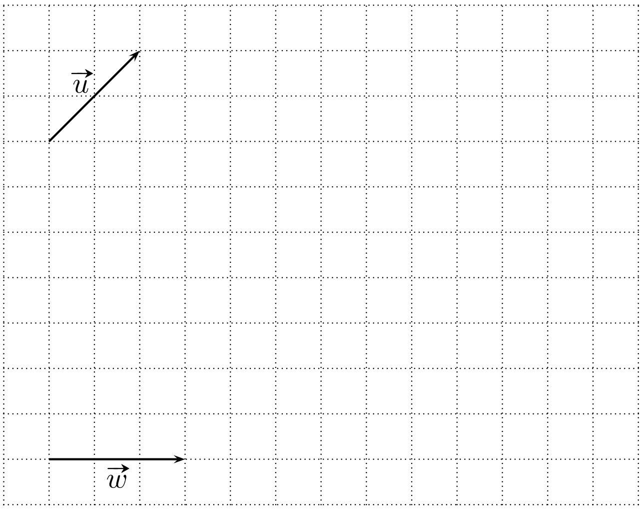
Exercice 1

On considère deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ dont on donne un représentant sur le quadrillage ci-dessous.



1. On considère $\vec{x} = \vec{u} + \vec{u}$ et $\vec{y} = \vec{w} + \vec{w} + \vec{w}$.
Construire un représentant puis proposer une autre notation pour chacun de ces vecteurs.

2. Construire un représentant du vecteur $\vec{t} = 4 \times \vec{u}$.
Comparer directions, sens et normes de $\vec{t}$ et $\vec{u}$.

3. Construire un représentant du vecteur $\vec{z} = -3 \times \vec{w}$.
Comparer les directions, sens et normes de $\vec{z}$ et $\vec{w}$.

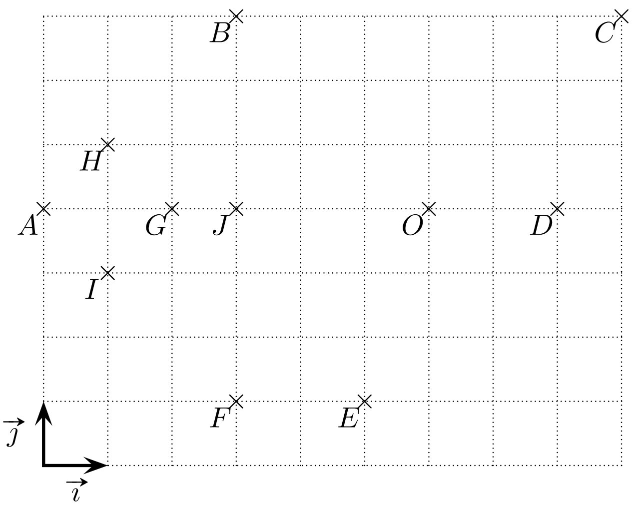
4. Comment note-t-on le vecteur qui a :

a) même direction et même sens que $\vec{w}$ et une norme égale à 6 fois celle de $\vec{w}$?

b) même direction que $\vec{u}$, un sens opposé à celui de $\vec{u}$ et une norme égale à 7 fois celle de $\vec{u}$?

Exercice 2

Toutes les questions de l'exercice portent sur le quadrillage donné ci-dessous.



1. Retrouver le réel manquant dans chacune des égalités ci-dessous.
Justifier les réponses aux questions **1a** et **1b**.

a) $\overrightarrow{AD} = \ldots \overrightarrow{AG}$

b) $\overrightarrow{FA} = \ldots \overrightarrow{AI}$

c) $\overrightarrow{AD} = \ldots \overrightarrow{OG}$

d) $\overrightarrow{AI} = \ldots \overrightarrow{AF}$

e) $\overrightarrow{AI} = \ldots \overrightarrow{BO}$

f) $\overrightarrow{FI} = \ldots \overrightarrow{FA}$

g) $\overrightarrow{JA} = \ldots \overrightarrow{DO}$

h) $\overrightarrow{AD} = \ldots \overrightarrow{GJ}$

i) $\overrightarrow{JD} = \ldots \overrightarrow{GA}$

2. Existe-t-il un réel k tel que $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{JD}$?
Si oui, le déterminer ; si non, expliquer pourquoi.

3. Placer les points M, N, P et Q définis par :

a) $\overrightarrow{FM} = 3\overrightarrow{FE}$

b) $\overrightarrow{EN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{EB}$

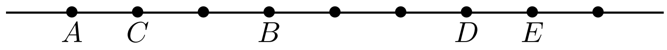
c) $\overrightarrow{AP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

d) $\overrightarrow{DQ} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{DE}$

4. Exprimer en fonction de $\vec{i}$ et $\vec{j}$ les vecteurs :

a) $\overrightarrow{AG}$ b) $\overrightarrow{JB}$ c) $\overrightarrow{AH}$ d) $\overrightarrow{JC}$ e) $\overrightarrow{JE}$ f) $\overrightarrow{EJ}$ g) $\overrightarrow{GE}$ h) $\overrightarrow{EC}$

Exercice 3



1. Compléter par un réel, un point ou un vecteur :

a) $\overrightarrow{AD} = \ldots \overrightarrow{AC}$

b) $\overrightarrow{AB} = \ldots \overrightarrow{AD}$

c) $\overrightarrow{AD} = \ldots \overrightarrow{CB}$

d) $\overrightarrow{BA} = \ldots \overrightarrow{DE}$

e) $\overrightarrow{CA} = \ldots \overrightarrow{DE}$

f) $\overrightarrow{AB} = \ldots \overrightarrow{DC}$

g) $\overrightarrow{BC} = \ldots \overrightarrow{BD}$

h) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{ED} = \ldots$

i) $\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A\ldots}$

j) $\overrightarrow{DB} + \ldots \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{EA}$

2. Placer le point F tel que $\overrightarrow{AF} = -8\overrightarrow{CA}$.

3. Placer le point G tel que $\overrightarrow{BG} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{BA}$.

Exercice 4

Simplifier chacune des sommes vectorielles suivantes :

1. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB}$

2. $3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA}$

3. $-\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} - 5\overrightarrow{DA}$

4. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - (\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{CB})$

5. $2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{DB} - (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$

6. $4\overrightarrow{BA} + 3(\overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{DA}) + \overrightarrow{AD}$

Exercice 5

Dire, pour chacune des affirmations suivantes, si elle est vraie ou fausse.

	V	F
1. Si $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$ alors :		
a) $ABCD$ est un parallélogramme ;	❒	❒
b) $ABDC$ est un parallélogramme ;	❒	❒
c) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$;	❒	❒
d) $AB + AC = AD$.	❒	❒
2. Si B et D sont les milieux respectifs de $[AC]$ et $[AB]$ alors :		
a) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$;	❒	❒
b) $\overrightarrow{AD} = \dfrac{1}{4}\overrightarrow{AC}$;	❒	❒
c) $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ ont même sens ;	❒	❒
d) $\overrightarrow{CB} = -2\overrightarrow{DB}$.	❒	❒
3. Si $2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$ alors :		
a) B est le milieu de $[AC]$;	❒	❒
b) $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires ;	❒	❒
c) $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ont même sens ;	❒	❒
d) A, B et C sont alignés.	❒	❒

4. Si A, B, C et D désignent quatre points distincts tels que $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{CD}$ alors :

a) A, B, C et D sont alignés ; ❒ ❒

b) (AB) et (CD) sont parallèles ; ❒ ❒

c) les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires et de même sens ; ❒ ❒

d) $AB = -3 \times DC$. ❒ ❒

Exercice 6

Soient A et B deux points distincts et I le milieu de $[AB]$. Établir que pour tout point M du plan :

$$\overrightarrow{MI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB})$$

Exercice 7

1. Construire, sur la figure ci-dessous, les points B, C, D, E, F et G définis par les relations vectorielles :

a) $\overrightarrow{AB} = 2\vec{u}$;

b) $\overrightarrow{AC} = -\vec{u}$;

c) $\overrightarrow{AD} = 3\vec{u} + 2\vec{v}$;

d) $\overrightarrow{AE} = -2\vec{u} + \vec{v}$;

e) $\overrightarrow{AF} = -3\vec{u} - \vec{v}$;

f) $\overrightarrow{AG} = \vec{u} - 3\vec{v}$.

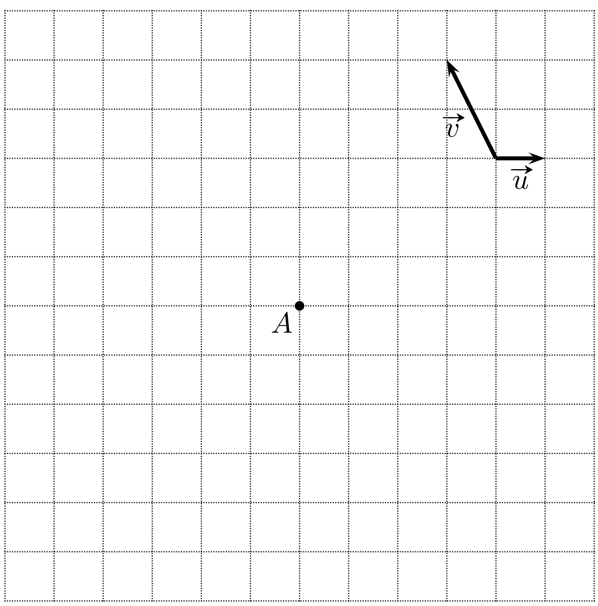
2. À l'aide de la relation de Chasles, exprimer les vecteurs $\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{FE}$ en fonction de $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

Quelle est la nature du quadrilatère $BDEF$?

3. Exprimer chacun des vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{CF}$ en fonction de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ puis vérifier qu'il existe un réel k, dont on donnera la valeur, tel que $\overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{CF}$.

4. Que peut-on en déduire concernant les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{CF}$? Concernant les points C, D et F ?

5. Prouver que (FG) et (AE) sont parallèles.



Exercice 8

Soient O, A et B trois points non alignés et C et D les points définis par $\overrightarrow{AC} = -2\overrightarrow{AO}$ et $\overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{AB}$.

1. Que peut-on dire des droites (CD) et (AB) ?

2. Montrer que $\overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OA}$ puis que $\overrightarrow{OD} = 3\overrightarrow{OB}$.

Interpréter géométriquement la seconde égalité.

Exercice 9

1. Construire un parallélogramme $ABDC$ tel que $AB = 6\,\text{cm}$, $AC = 4\,\text{cm}$ et $\widehat{BAC} = 45°$ puis placer :

- I, J, K et L, milieux respectifs de $[AB]$, $[BD]$, $[DC]$ et $[CA]$;
- O, le point d'intersection de (IK) et (JL) ;
- E et F tels que $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

2. Recopier puis compléter :

a) $\overrightarrow{CO} = \overrightarrow{O\ldots} = \overrightarrow{\ldots I}$

b) $\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{B\ldots} = \overrightarrow{DF}$

c) $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{A\ldots} = \overrightarrow{AO}$

d) $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IO} = \overrightarrow{I\ldots}$

e) $\overrightarrow{LO} + \overrightarrow{\ldots J} = \overrightarrow{LI}$

f) $\overrightarrow{DB} = \ldots\overrightarrow{AC}$

g) $\overrightarrow{AF} = \ldots\overrightarrow{AB}$

h) $\overrightarrow{CE} = \ldots\overrightarrow{AC}$

3. Exprimer $\overrightarrow{DF}$ puis $\overrightarrow{DE}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

4. En déduire que les points D, E et F sont alignés.

Exercice 10

Soient $ABCD$ un parallélogramme, I le milieu de $[AB]$ et E le point défini par $\overrightarrow{IE} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{ID}$.

1. Exprimer $\overrightarrow{AE}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.

2. Montrer que les points A, E et C sont alignés.

Exercice 11

Soient un parallélogramme $ABDC$, E le point défini par $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AC}$ et F le point tel que $\overrightarrow{BF} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

1. Exprimer $\overrightarrow{DF}$ puis $\overrightarrow{DE}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

2. En déduire que les points D, E et F sont alignés.

Exercice 12

On considère un parallélogramme $ABCD$, I le point défini par $\overrightarrow{AI} = \dfrac{4}{9}\overrightarrow{AD}$, J le point situé au tiers de $[AB]$ à partir de A et K le point situé au quart de $[AB]$ à partir de B.

1. Exprimer $\overrightarrow{IJ}$ puis $\overrightarrow{DK}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.

2. Que peut-on en déduire concernant (IJ) et (DK) ?

Exercice 13

Soient un carré $ABCD$, E le symétrique de A par rapport à D, F le milieu de $[BC]$ et G le symétrique de D par rapport à B.

1. Faire une figure puis établir successivement les égalités $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB} - \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{EG} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AD}$.

2. En déduire une égalité liant les vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EG}$ puis interpréter cette égalité.

Exercice 14

Soient deux triangle ABC et BCD, G le centre de gravité de ABC et H celui de BCD.
Les droites (GH) et (AD) sont-elles parallèles ?

Exercice 15

Soient A, B et C trois points non alignés, D le quatrième sommet du parallélogramme $ABDC$, S le symétrique de B par rapport à A et T le point du segment $[BC]$ tel que $BT = \dfrac{2}{3}BC$.
Les points D, S et T sont-ils alignés ?