

Gestion du document : pour masquer les CORRIGÉS et les exercices En Préparation : CORR=M et EP=M

Fonctions carré et inverse

Exercice FdR 1. Donner le meilleur encadrement possible de $\frac{1}{x}$ dans les cas suivants :

- a) $3 < x < 5$ b) $x \in [-7 ; -5[$ c) $\frac{2}{3} \geq x \geq \frac{1}{2}$ d) $x \in \left[-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right]$

Exercice FdR 2. Incertitude

1) Le périmètre d'un carré est compris entre 16 cm et 16,2 cm. En déduire le meilleur encadrement possible de son aire. Quelle est alors l'incertitude sur son aire (càd la différence entre les bornes de l'encadrement de l'aire)?

2) On sait que la longueur du côté d'un carré vaut, au millimètre près, ℓ cm avec $\ell > 0,1$. Quelle est l'incertitude sur son aire ?

On pourra noter comme en physique l'incertitude sur l'aire par $\Delta \mathcal{A}$.

Exercice FdR 3. VRAI / FAUX

Dire pour chacune des propositions suivantes si elle est vraie ou si elle est fausse. Chaque réponse devra être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point par contre toute trace de recherche même non concluante sera prise en compte dans l'évaluation.

Dans tout l'exercice x désigne un nombre réel.

- 1) Si $x \geq 3$ alors $x^2 \geq 9$ 2) Si $-7 \leq x \leq -1$ alors $0 \leq x^2 \leq 50$
3) Si $-1 \leq x \leq 6$ alors $1 \leq x^2 \leq 36$ 4) Si $x \leq 5$ alors $x^2 \leq 25$.

Exercice FdR 4. Soit f la fonction inverse et \mathcal{H} sa courbe représentative. Soit m un nombre réel quelconque et d_m la droite d'équation $y = mx$.

- 1) Étudier en fonction de m le nombre de points d'intersection de \mathcal{H} et de d_m .
2) Expliquer graphiquement les résultats obtenus.

Exercice FdR 5. Soient f et g les fonctions définies sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2$ et $g(x) = 2x - 1$.

- 1) Étudier le signe de $\Delta(x) = f(x) - g(x)$.
2) Déterminer le plus grand intervalle de I centre 1 tel que pour tout x de I , l'écart $\Delta(x)$ soit inférieur à 1 % de la valeur de $f(x)$.

Exercice FdR 6. Est-il vrai qu'un nombre est toujours inférieur ou égal à son carré ? Sinon, comparer x et x^2 selon les valeurs de x .

Exercice FdR 7. Est-il vrai qu'un nombre est toujours supérieur ou égal à son inverse ? Sinon, comparer x et $\frac{1}{x}$ selon les valeurs de x .

Exercice FdR 8. Manipulation réfléchie d'inégalités

1) Donner le meilleur encadrement possible de $f(x) = \frac{-4}{x^2+5}$ sur $] -3; -1]$. Justifier le passage d'une inégalité à l'autre.

2) Même question avec $f(x) = \frac{-4}{x^2} + 5$ sur $[-4; -2[$.

3) Même question avec $f(x) = \frac{-4}{(x-5)^2}$ sur $[-3; -1[$.

Exercice FdR 9. TICE : Algorithme pour approximer la longueur d'un arc de parabole.

Écrire un algorithme qui permet approximer la longueur de \mathcal{C} la courbe représentative de la fonction carré sur $[-4; 4]$. On pourra placer des points sur \mathcal{C} et utiliser la somme des longueurs des segments ainsi obtenus.

Exercice FdR 10. Encadrer le volume d'un cylindre

Dans chacun des cas suivants, donner le meilleur encadrement possible du volume d'un cylindre de hauteur h et de base un cercle de rayon r

1) $h=3m$ et $2,3m \leq r \leq 2,4m$ 2) $h=\frac{7}{3}cm$ et $\frac{6}{5}cm \leq r \leq \frac{3}{2}cm$ 3) $3dm \leq h \leq 3,02dm$ et $2,3cm \leq r \leq 2,4cm$

Exercice FdR 11. On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x)=(x+2)^2$.

1) Visualisez la courbe de cette fonction sur votre calculatrice et conjecturer ses variations. (Donner son tableau de variations ou écrire « f est croissante sur ... et décroissante sur ... »)

2) Démontrer les conjectures faites puis dresser le tableau de variations de f .

3) En déduire que f admet un minimum. En quelle valeur ce minimum est-il atteint et combien vaut-il ?

4) Donner le meilleur encadrement possible de f dans les cas suivants :

a) $x \in [-1 ; 3]$

b) $x \in [-4 ; -3[$

c) $x \in]-2 ; 0]$

5) Résoudre par le calcul l'inéquation $f(x) > 12$. (Vérifiez graphiquement ces résultats !)

Exercice FdR 12. VRAI / FAUX

Dans tout l'exercice x désigne un nombre réel. Dire pour chacune des propositions suivantes si elle est vraie ou si elle est fausse. Chaque réponse devra être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point par contre toute trace de recherche même non concluante sera prise en compte dans l'évaluation.

1) Si $x \geq 3$ alors $\frac{1}{x} \leq 9$

2) Si $x \leq 3$ alors $\frac{1}{x} \geq 9$

3) Si $-\frac{4}{3} \leq x \leq -1$ alors $-1 \leq \frac{1}{x} \leq -\frac{3}{4}$

4) Si $-\frac{4}{3} \leq x \leq -1$ alors $\frac{1}{x} \leq 0$

Exercice FdR 13. VRAI / FAUX sur les images et les antécédents pour la fonction carré

Soit f la fonction carré définie sur \mathbb{R} par $f(x)=x^2$. Dire pour chacune des propositions suivantes si elle est vraie ou si elle est fausse. Justifier.

1) Tous les nombres réels ont exactement une image par f .

2) Il existe un nombre réel qui n'a pas d'antécédent par f .

3) Il existe un nombre réel qui a exactement un antécédent par f .

4) Tous les nombres réels ont au plus un antécédent par f .

Exercice FdR 14. VRAI / FAUX sur les images et les antécédents pour la fonction inverse

Soit f la fonction inverse définie sur $\mathbb{R} - \{0\}$ par $f(x)=\frac{1}{x}$. Dire pour chacune des propositions suivantes si elle est vraie ou si elle est fausse. Justifier.

1) Tous les nombres réels ont exactement une image par f .

2) Il existe un nombre réel qui n'a pas d'antécédent par f .

3) Il existe un nombre réel qui a exactement un antécédent par f .

4) Tous les nombres réels ont au plus un antécédent par f .

Exercice FdR 15.

1) Montrer que si un nombre réel est compris dans l'intervalle $[2 ; 7]$ alors $4 \leq x^2 \leq 49$

2) La réciproque est-elle vraie ?

Exercice FdR 16.

1) Soient a et b deux nombres réels. Soit f la fonction carré définie sur \mathbb{R} par $f(x)=x^2$. Tracer la courbe représentative de f et placer a et b sur l'axe des abscisses. Représenter sur le même graphique $f(a)$, $f(b)$, $\frac{a+b}{2}$, $\frac{f(a)+f(b)}{2}$ et $f\left(\frac{a+b}{2}\right)$. Certains de ces nombres figureront sur l'axe des abscisses et d'autres sur l'axe des ordonnées.

2) Au moyen de votre graphique conjecturer lequel des deux nombres $\frac{f(a)+f(b)}{2}$ et $f\left(\frac{a+b}{2}\right)$ est le plus grand.

3) Prouver votre conjecture.