Ch 6	Initiation au raisonnement mathématique	5ème

Objectifs : *Liste à cocher au fur et à mesure de vos révisions*

☐ Savoir comment prouver qu'un énoncé est vrai.
☐ savoir ce qu'est un contre-exemple et savoir l'utiliser pour prouver qu'un énoncé est faux.
☐ Savoir écrire la réciproque d'un énoncé de la forme : « Si..... , alors........ ».
☐ Savoir différencier une propriété de sa réciproque et, entre les deux, choisir le bon énoncé pour le problème posé.

I. Vrai et faux en mathématiques

Ce n'est pas exactement la même chose que dans le langage courant. Par exemple, « *Les garçons sont plus grands que les filles* » est un énoncé que, dans la vie courante, on qualifiera de « *en général vrai* » mais il est *faux* au sens des mathématiques.

Règles :

● Un énoncé mathématique est soit vrai, soit faux.
Vrai en mathématique = « Il n'existe aucun cas où c'est faux. »
Faux en mathématique= « Il existe au moins un cas où c'est faux. »

● Pour monter qu'un énoncé est vrai, il faut en général utiliser des propriétés.
✌*Attention !! vérifier qu'un énoncé est vrai pour quelques exemples (et même pour dix milliards d'exemples) ne suffit pas à prouver qu'il est vrai.*

● Pour monter qu'un énoncé est faux, il suffit de trouver un ***contre-exemple***, c'est à dire un exemple pour lequel l'énoncé est faux.

II. Réciproque d'un énoncé

♠ Exemple 1.

Un énoncé : « Si un nombre est pair , alors il est multiple de 4 ».

Sa réciproque : « Si un nombre est multiple de 4 , alors il est est pair ».

Sont-ils vrais ou faux ?

Définition : La réciproque de « *Si □, alors ○.* » est « *Si ○, alors □.* »
(*on intervertit les données et la la conclusion.*)

Remarque : Un énoncé et sa réciproque peuvent être tous les deux vrais, ou tous les deux faux, ou l'un vrai et l'autre faux.

III. Comment faire des démonstrations ?

Pour plus détails, voir le paragraphe avec ce titre dans le cours sur les symétries centrales.

Règles du jeu des démonstrations

La démarche : On part des donnés de l'exercice (*écrites dans le texte ou codées sur le dessin*) et, grâce aux propriétés du cours, on arrive à la conclusion souhaitée.

Autrement dit :

Les **données** de l'énoncé
= Point de départ

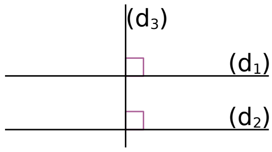
→ Les **propriétés** du cours →

La **conclusion**
= ce qu'on doit prouver
= Point de d'arrivée

Liste des propriétés vues à ce jour

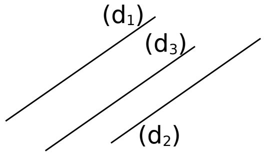
Droites

D1. Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite alors elles sont parallèles entre elles.



$(d_1)\perp(d_3)$ et $(d_2)\perp(d_3)$
d'où
$(d_1)//(d_2)$

D2. Si deux droites sont parallèles à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles.

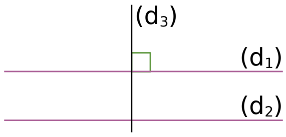


(d1)//(d3) et (d2)//(d3)

d'où

(d1)//(d2)

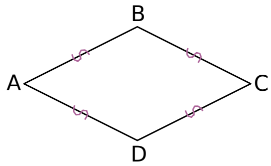
D3. Si deux droites sont parallèles et si une troisième droite est perpendiculaire à l'une des deux, alors elle est perpendiculaire à l'autre.



$(d_1)\perp(d_3)$ et $(d_1)//(d_2)$
d'où
$(d_2)\perp(d_3)$

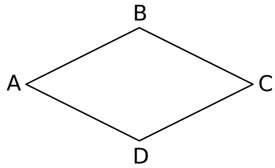
Losanges

L1. Si un quadrilatère a ses quatre côtés de la même longueur alors c'est un losange.



AB = BC = CD = DA
d'où
ABCD est un losange

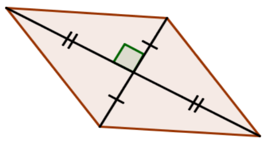
L2. Si un quadrilatère est un losange alors ses quatre côtés sont de la même longueur.



ABCD est un losange
d'où
AB = BC = CD = DA

L3. Si un quadrilatère a ses diagonales qui sont sont perpendiculaires et qui ont le même milieu, alors c'est un losange.

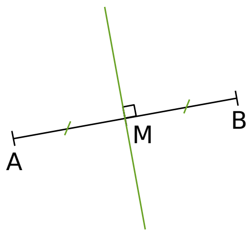
L4. Si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales sont perpendiculaires et elles ont le même milieu.



Médiatrice

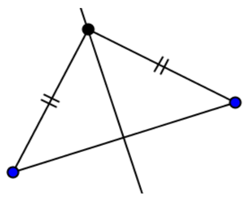
M1. Si une droite est perpendiculaire à un segment et passe par son milieu, alors c'est la médiatrice de ce segment

M2. Si une droite est la médiatrice d'un segment alors elle est perpendiculaire au segment et elle passe par son milieu.



M3. Si un point est sur la médiatrice d'un segment alors il est équidistant[1] des extrémités de ce segment.

M4. Si un point est équidistant des extrémités d'un segment alors ce point appartient à la médiatrice de ce segment.



Rectangles

R1. Si un quadrilatère a quatre angles droits alors c'est un rectangle.
R2. Si un quadrilatère est un rectangle, alors il a quatre angles droits.

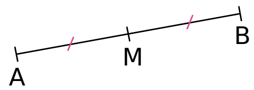
1 Équidistant signifie « à la même distance ».

R3. Si un quadrilatère est un rectangle, alors ses côtés opposés sont parallèles et de même longueur.

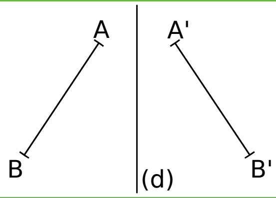
Symétrie centrale

SC 1. Si deux points sont symétriques par rapport à un autre point alors ce point est leur milieu.

SC 2. Si un point est le milieu d'un segment, alors les extrémités de ce segments sont symétriques par rapport à lui.

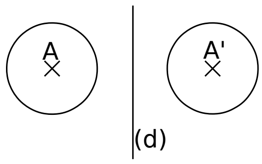


SC 3. Si deux segments sont symétriques par rapport à une droite alors ils ont la même longueur.



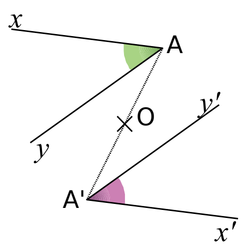
Les segments [AB] et [A'B'] sont symétriques par rapport à l'axe (d)
d'où
AB = A'B'

SC 4. Si deux cercles sont symétriques par rapport à une droite alors ils ont le même rayon.



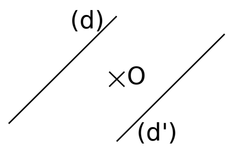
Les cercles de centre A et A' sont symétriques par rapport à (d)
d'où
ils ont le même rayon.

SC 5. Si deux angles sont symétriques par rapport à un point alors ils ont la même mesure.



$\widehat{xAy}$ et $\widehat{x'A'y'}$ sont symétriques par rapport au point O
d'où
$\widehat{xAy} = \widehat{x'A'y'}$

SC 5. Si deux droites sont symétriques par rapport à un point alors elles sont parallèles.



Les droites (d) et (d') sont symétriques par rapport au point O
d'où
(d)//(d')

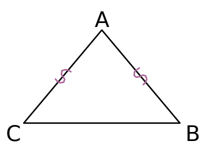
SC 7. Si deux figures sont symétriques par rapport à un point, alors elles ont le même périmètre.

SC 8. Si deux figures sont symétriques par rapport à un point, alors elles ont la même aire.

Triangles

T1. Si un triangle a (au moins) deux côtés de la même longueur alors il est isocèle.

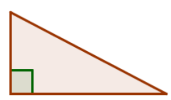
T2. Si un triangle est isocèle alors il a (au moins) deux côtés de la même longueur.



AB = AC
d'où
ABC est isocèle en A.

T10. Si un triangle a un angle droit alors il est rectangle.

T11. Si un triangle est rectangle alors il a un angle droit.



T21. Si un triangle a trois côtés de la même longueur alors il est équilatéral.

T22. Si un triangle est équilatéral alors il a tris côtés de la même longueur.

Utiliser des propriétés pour démontrer -

Pour chacun des exercices, faire une figure au brouillon, puis compléter les pointillés sur cette feuille. Dans les flèches, on mettra le numéro de la propriété utilisée (Ex : M2, R1...), voir fiche jointe.

♠ Exercice RM2. C est un point de (d), la médiatrice de [AB]. Quelle est la nature du triangle ABC ?

C est un point de (d), la médiatrice de [AB].

. . . . .

C est . . . .,
c'est à dire CA = ...

. . . . .

Le triangle ABC est . . . .

♠ Exercice RM3. ABCD est un rectangle. E est un point de [CD]. La parallèle à (AD) passant par E coupe (AB) en F. Que peut-on dire des droites (BC) et (EF) ?

ABCD est un rectangle

. . . . .

…... // …...

d'après l'enoncé: (AD) // …...

. . . . .

(BC) …... (EF)

♠ Exercice RM4. (OP) est la médiatrice de [LU]. G est le milieu de [LU]. Les points O et P sont symétriques par rapport à G. Quelle est la nature du quadrilatère LOUP ?

(OP) est la médiatrice de [LU].

Les points O et P sont symétriques par rapport à G.

. . . . .

. . . . .

(OP) ... (LU)

G est . . . .

d'après l'enoncé: G est . . . .

. . . .

. . . .

☝ Parents, élèves, tuteurs:
Ne faites **PAS** les exercices des polycopiés de cours à l'avance: Nous les ferons EN CLASSE.

Et maintenant, sans les boîtes :

♠ Exercice RM5. RHUM est un losange de centre[2] O. Quelle est la nature du triangle MOU ?

♠ Exercice RM6. BUL et LUE sont des triangles équilatéraux.
1) Quelle est la nature du quadrilatère BLEU ?
2) Que peut-on dire des droites (LU) et (BE) ?

♠ Exercice RM7. Les droites (PA) et (BO) sont symétriques par rapport au point K. La perpendiculaire à (BO) passant par P coupe (BO) en U. Que peut-on dire des droites (PU) et (PA) ?

♠ Exercice RM8. U et H sont les symétriques respectifs de M et E par rapport au point T. HAUT est un rectangle. Quelle est la nature du quadrilatère MEUH ? (C'est vache comme question....)

♠ Exercice RM9. ABCD est un rectangle. E est un point de [CD]. La parallèle à (AD) passant par E coupe (AB) en F. Quelle est la nature du quadrilatère ADEF ?

2 Le *centre* d'un losange (d'un rectangle, d'un carré) est le point d'intersection des diagonales.