

## Loi exponentielle: EXERCICES

Gestion du document : pour masquer les CORRIGÉS et les exercices En Préparation : CORR=M et EP=M

Exercice 1. Pour comprendre la définition d'une loi sans vieillissement

On admet que la durée de vie  $T$  exprimées en années d'un verre en cristal vérifie  $P(T \geq t_0) = e^{-\frac{t_0}{10}}$ . On pourrait montrer que  $T$  suit une loi sans vieillissement et, pour le moment, on l'admet.

1) Calculer la probabilité que les verres en cristal qui sont dans mon placard en ce moment et que j'ai achetés en 2007 ne soient toujours pas cassés en 2020.

2) Pour ceux qui sont en avance : Montrer que  $T$  suit une loi sans vieillissement.

Exercice 2.

[Source : Ex 12 de xMaths]

L'uranium 238 a une constante de désintégration annuelle égale à  $1,54 \times 10^{-10}$  c'est-à-dire que la désintégration de l'uranium 238 suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda = 1,54 \times 10^{-10}$ . Soit  $T$  la durée de vie d'un atome d'uranium 238 (avant sa désintégration).

1) Calculer la probabilité qu'un noyau d'uranium 238 se désintègre en moins de 10 ans et en donner une valeur approchée.

2) Calculer  $P(T \leq 10^{10})$  ;  $P(10^9 \leq T \leq 10^{10})$  et en donner des valeurs approchées. Interpréter ces résultats.

3) Pour quelles valeurs de  $t$  a-t-on  $P(T \leq t) \geq 0,99$  ? Interpréter le résultat.

Exercice 3.

[Source : Ex 13 de xMaths]

Une substance radioactive perd naturellement sa radioactivité par désintégration. Cette désintégration suit une loi exponentielle dont le paramètre  $\lambda$  dépend de la substance. Soit  $X$  la durée de vie d'un atome radioactif avant sa désintégration. On appelle **demi-vie** de la substance radioactive, le temps  $T$  au bout duquel la substance a perdu la moitié de sa radioactivité. Le nombre  $T$  est donc celui pour lequel  $P(X \in [0; T]) = 0,5$ .

1) Exprimer  $T$  en fonction de  $\lambda$ .

2) L'uranium 238 a une constante de désintégration annuelle égale à  $1,54 \times 10^{-10}$ .

Justifier que sa demi-vie est environ égale à 4,5 milliards d'années.

3) L'iode 131 utilisé dans des traitements médicaux a une demi-vie de 8 jours.

a) Déterminer le paramètre  $\lambda$  correspondant à la loi exponentielle de la désintégration de l'iode 131.

b) Après combien de temps l'iode 131 a-t-il perdu 75% de sa radioactivité ? 99% de sa radioactivité ?

Exercice 4.

[Source : Ex 14 de xMaths]

Une entreprise d'autocars dessert une région montagneuse. En chemin, les véhicules peuvent être bloqués par des incidents extérieurs comme des chutes de pierres, la présence de troupeaux sur la route, etc. Un autocar part de son entrepôt. On note  $D$  la variable aléatoire qui mesure la distance en kilomètres que l'autocar va parcourir jusqu'à ce qu'il survienne un incident.

On admet que  $D$  suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda = \frac{1}{82}$ .

Dans tout l'exercice, les résultats numériques seront arrondis au millième.

1) Calculer la probabilité que la distance parcourue sans incident soit :

a) comprise entre 50 et 100 km ;

b) supérieure à 300 km.

2) Sachant que l'autocar a déjà parcouru 350 kilomètres sans incident, quelle est la probabilité qu'il n'en subisse pas non plus au cours des 25 prochains kilomètres ?

3) La distance moyenne parcourue sans incident correspond à l'espérance mathématique de  $D$ . Calculer cette distance moyenne.

Exercice 5.

[Source : Ex 15 de xMaths]

Le laboratoire de physique d'un lycée dispose d'un parc d'oscilloscopes identiques. La durée de vie en années d'un oscilloscope est une variable aléatoire  $X$  qui suit la loi exponentielle de paramètre  $\lambda = 0,125$

1) Calculer la probabilité qu'un oscilloscope du modèle étudié ait une durée de vie inférieure à 6 mois.

2) Sachant qu'un appareil a déjà fonctionné huit années, quelle est la probabilité qu'il ait une durée de vie supérieure à dix ans ?

3) On considère que la durée de vie d'un oscilloscope est indépendante de celle des autres appareils. Le responsable du laboratoire décide de commander 15 oscilloscopes. Quelle est la probabilité qu'au moins un oscilloscope ait une durée de vie supérieure à 10 ans ?