Nombres complexes, Partie I	T.S.

♠ Une histoire pour commencer 1.

Quand vous étiez petits, vous ne connaissiez que les entiers naturels... et l'équation $x+1=0$ n'avait pas de solutions.
Puis sont arrivés les entiers relatifs qui résolvaient ce problème.... mais l'équation $2x+1=0$ n'avait pas de solutions.
Puis sont arrivés les rationnels (=fractions) qui résolvaient ce problème .... mais l'équation $x^2=3$ n'avait pas de solutions.
Puis sont arrivés les réels qui résolvaient ce problème .... mais l'équation $x^2=-1$ n'avait pas de solutions.
On en est là.... What's next ?

♠ Encore une histoire 2. Ex 95 et 96 p 253 Déclic [Source : G Costantini]

> Au début du XVIème siècle, le mathématicien Scipione dal Ferro, propose une formule donnant une solution de l'équation du 3ème degré $x^3+px=q$:
>
> $$x=\sqrt[3]{\frac{q-\sqrt{q^2+4p^3/27}}{2}}+\sqrt[3]{\frac{q+\sqrt{q^2+4p^3/27}}{2}}$$
>
> A la fin du XVIème siècle, le mathématicien Bombelli applique cette formule à l'équation $x^3-15x=4$.
> Il obtient littéralement :
>
> $$x=\sqrt[3]{2-11\sqrt{-1}}+\sqrt[3]{2+11\sqrt{-1}}$$
>
> Cette écriture n'a, *a priori*, pas de sens puisqu'on ne sait pas ce que représente le symbole noté $\sqrt{-1}$.
> Mais Bombelli va plus loin. Il remarque, en utilisant les règles usuelles de calcul que :
>
> $$\left(2+\sqrt{-1}\right)^3=2+11\sqrt{-1} \quad \text{et} \quad \left(2-\sqrt{-1}\right)^3=2-11\sqrt{-1}$$
>
> Si bien qu'il obtient finalement : $x=2+\sqrt{-1}+2-\sqrt{-1}=4$
>
> Or, $x=4$ est bien une solution de l'équation $x^3-15x=4$.
> Une question naturelle s'est alors posée : peut-on légitimement calculer avec des symboles imaginaires comme ci-dessus ? C'est ainsi qu'est née la théorie des nombres complexes...

Introduction :
On va donc, dans ce chapitre « construire ? » ou plutôt imaginer un ensemble plus grand que $\mathbb{R}$ dans lequel l'équation $x^2+1=0$ possède des solutions. On l'appellera $\mathbb{C}$: ensemble des nombres complexes. Le principal élément de $\mathbb{C}$ sera noté i (i comme imaginaire). Le nombre i est tel que $i^2=-1$! L'équation $x^2+1=0$ possède alors deux solutions :
$x^2+1=0 \Leftrightarrow x^2-i^2=0 \Leftrightarrow (x+i)(x-i)=0 \Leftrightarrow x=i$ ou $x=-i$.

I. Définitions

Théorème 1: On admet qu 'il existe un ensemble $\mathbb{C}$ contenant $\mathbb{R}$ et vérifiant :
- $\mathbb{C}$ est muni d'une addition et d'une multiplication qui prolongent celles de $\mathbb{R}$ et suivent les mêmes règles de calcul (commutativité, distributivité).
- Il existe un élément i de $\mathbb{C}$ tel que $i^2=-1$
- Tout élément z de $\mathbb{C}$ s'écrit de manière unique $z=x+iy$ avec x et y réels.

♠ Exemple 3. $-14+89i\in\mathbb{C}$; $2+i\sqrt{3}\in\mathbb{C}$; $-5=-5+0i\in\mathbb{C}$; $\frac{4}{3}i=0+\frac{4}{3}i\in\mathbb{C}$.

Pourquoi i et pas $\sqrt{-1}$? On n'a pas gardé la notation $\sqrt{-1}$ car elle laisse penser que les règles habituelles sur les racine carrées sont applicables et on arrive à $-1=(\sqrt{-1})^2=\sqrt{-1}\times\sqrt{-1}=\sqrt{(-1)^2}=1$. (Dans la réalité, il a fallu 150 ans pour abandonner cette notation et adopter la notation i proposée par Euler.)

A. Vocabulaire

Définitions 2:
- $\mathbb{C}$ s'appelle l'ensemble des ***nombres complexes*** ;
- La forme $z = x + i\,y$ (où x et y sont réels) est la ***forme algébrique[1] de z*** *;*
- Le réel x est la ***partie réelle de z***, on la note ***Re(z)*** ou parfois $\Re(z)$;
- Le réel y est la ***partie imaginaire de z***, on la note ***Im(z)*** ou parfois $\Im(z)$;
- Si Im(z) = 0, alors z est un réel ;
- Si Re(z) = 0, alors z s'écrit $z = i\,y$ et on dit que z est un ***imaginaire pur***.

Attention ! La partie imaginaire d'un nombre complexe est un nombre réel ! (La partie réelle aussi mais ça, ça n'étonne personne....)

♠ Exemple 4. *Complétez :*

1) Si $z=-3+8\,\mathrm{i}$, alors Re(z) = ...   et Im(z) = ...

2) Si $z=-3i+17$, alors Re(z) = ...   et Im(z) = ...

3) Si $z=25$, alors Re(z) = ...   et Im(z) = ...

4) Si $z=-6{,}9\,i$, alors Re(z) = ...   et Im(z) = ...

5) Si $z=0$, alors Re(z) = ...   et Im(z) = ...

B. Égalité de deux nombres complexes : Deux équations (de variables réelles) pour le prix d'une (de variable complexe) !

Propriété 3.
- Deux complexes sont égaux si et seulement si ils ont la même partie réelle et la même partie imaginaire. Donc, pour x, y, x' et y' réels, $x+i\,y=x'+i\,y'$ équivaut à $x=x'$ et $y=y'$.

→ *Autrement dit, l 'écriture d'un complexe sous forme algébrique est unique. Voilà pourquoi on parle de LA forme algébrique d'un complexe.*
- En particulier, $x + iy = 0$ équivaut à $x = 0$ et $y = 0$.

♠ Exemple 5. Déterminer les nombres REELS x et y tels $2x+y-1+\mathrm{i}(x+8)=x-3y+\mathrm{i}(2y-3)$

C. Qu'est ce qu'on a gagné et perdu en passant des réels aux complexes?

- **Ce qu'on a gagné** : Certaines équations qui n'avaient pas de solutions dans $\mathbb{R}$ et en ont maintenant dans $\mathbb{C}$, comme par exemple $x^2=-1$ ou $4x^2+5=0$. En fait, on peut même prouver[2] que tout polynôme $P(z)$ à coefficient réels ou complexes de degré supérieur ou égal à 1 peut se factoriser dans $\mathbb{C}$ comme produit de facteurs de degré 1, càd de la forme $a\,z+b$ où $a\,,b\in\mathbb{C}$. Autrement dit, c'est la fin de la course aux ensembles de nombres (c.f. *Une histoire pour commencer !*) puisqu'on peut résoudre dans $\mathbb{C}$ toutes les équations de la forme $P(z)=0$ où P est un polynôme à coefficient réels ou complexes. Modérons notre enthousiasme : c'est juste un théorème d'existence (comme le théorème des valeurs intermédiaires par exemple) ; on sait que les racines existent dans $\mathbb{C}$ mais on ne sait sait pas forcément les trouver. On dispose de formules donnant les solutions des équations polynomiales réelles ou complexes de degré inférieur ou égal à 4 en fonction de leurs coefficients mais Abel et Galois (vous savez, celui qui est mort tué en duel) ont montré qu'il n'est pas possible de trouver de telles formules générales (n'utilisant que les quatre opérations usuelles et les racines) pour les équations de degré 5 ou plus.

- **Ce qu'on a perdu** : La possibilité de comparer des nombres et de les classer : Écrire $z_1\leqslant z_2$ n'a en général pas de sens pour des nombres complexes !

En particulier, on a perdu la notion de signe : Un nombre complexe n'a pas de signe (sauf s'il est réel). On n'a plus ni nombres positifs et ni nombres négatifs !! (sauf pour les complexes qui sont en fait des réels) puisqu'on ne peut plus écrire $z\geqslant 0$ ou $z\leqslant 0$. Envolé donc tout ce qui va avec les signes : la règle des signes, les tableaux de signes, les manipulation d'inégalités, les majorations, la notion de suite croissante (pour une suite de nombres complexes).... etc. Un autre monde, quoi !

[1] *On verra plus tard qu'on complexe peut s'écrire de plusieurs façons.*
[2] *C'est le* théorème de d'Alembert-Gauss.

D. Définition des opérations dans l'ensemble des nombres complexes

1. Somme et différence de deux nombres complexes

Définitions 4: On considère deux nombres complexes $z = x + iy$ et $z' = x' + iy'$.
$$z+z'=(x+\mathrm{i}\,y)+(x'+\mathrm{i}\,y') \overset{\text{def}}{=} (x+x')+\mathrm{i}(y+y').$$

→ Autrement dit, pour additionner des nombres complexes, on additionne leurs parties réelles d'une part et leurs parties imaginaires d'autre part.

♠ Exemple 6. *Complétez :*

Si $z_1=-3+8\,\mathrm{i}$ et $z_2=\dfrac{14-59i}{i}$, alors $z_1+z_2= \;=\dots\dots$

Calculs :

Pratique : Pour trouver la partie réelle et la partie imaginaire d'un nombre complexe, on commence par le mettre sous forme algébrique.

Propriété 5.

- L'opposé de $z=x+i\,y$ est $-z=-x-i\,y$.

→ Autrement dit, l'opposé d'un complexe s'obtient en prenant l'opposé de sa partie réelle et l'opposé de sa partie imaginaire.

- $z-z'=(x+\mathrm{i}\,y)-(x'+\mathrm{i}\,y')=(x-x')+\mathrm{i}(y-y')$;

→ Autrement dit, pour soustraire des nombres complexes, on soustrait leurs parties réelles d'une part et leurs parties imaginaires d'autre part.

Démonstration : Rappelez vous : (1) quelle est la définition de l'opposé d'un nombre ? (2) quelle est la définition de la soustraction?

2. Produit et quotient

On veut que les opérations dans $\mathbb{C}$ marchent comme dans $\mathbb{R}$. On choisit donc les définitions des opérations en conséquence : C'est l'avantage des maths ; celui qui crée la théorie peut choisir ses définitions en fonction de ce qu'il veut réaliser. Ici , on veut construire une multiplication distributive par rapport à l'addition, comme dans $\mathbb{R}$. On doit donc avoir
$$z\,z' = (x+i\,y)(x'+i\,y') = x\,x'+i\,y\,y'+i\,x\,y'+i^2b\,y' = (x\,x'-y\,y')+i(x\,y'+x'\,y),$$
et on choisit donc cette formule comme dé finition de la multiplication.

Une fois de plus, l'adage « En mathématiques les définitions sont ce qu'elles devraient être » s'applique.

Définition 6: Quels que soient les nombres complexes, $z = x + i\,y$ et $z' = x' + i\,y'$, par définition, $z\,z' = (x+i\,y)(x'+i\,y') \overset{\text{def}}{=} (x\,x'-y\,y')+i(x\,y'+x'\,y)$

Pratique : Pour multiplier des nombres complexes, on utilise la (double) distributivité et le fait que $\mathrm{i}^2=-1$: Il n'est donc pas utile de mémoriser la formule ci-dessus.

Corollaire 7. La multiplication dans $\mathbb{C}$ est distributive par rapport à l'addition ce qui entraîne que les **identités remarquables** sont encore vraies dans $\mathbb{C}$:

Quels que soient les nombres complexes a et b, $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$;
$(a+b)^2=a^2+\mathbf{2}\,\boldsymbol{ab}+b^2$; $(a-b)^2=a^2-\mathbf{2}\,\boldsymbol{ab}+b^2$.

Propriété 8.

- Si $z \neq 0$ est un complexe de forme algébrique $z = x + \mathrm{i}\,y$, alors z admet un ***inverse*** de forme algébrique $\dfrac{1}{z}=\dfrac{x}{x^2+y^2}-i\dfrac{y}{x^2+y^2}$.
- ***Division dans*** $\mathbb{C}$: Si z et z' sont deux nombres complexes avec $z' \neq 0$, alors $\dfrac{z}{z'}=z\cdot\dfrac{1}{z'}$

Démonstration : Rappelez vous : (1) quelle est la définition de l'inverse d'un nombre ? (2) quelle est la définition de la division?

Mais d'où sort cette formule pour l'inverse ? du calcul suivant qui part du principe que le calcul dans $\mathbb{C}$ *marche comme dans* $\mathbb{R}$: $\frac{1}{z}=\frac{1}{x+iy}=\frac{x-iy}{(x+iy)(x-iy)}=\frac{x-iy}{x^2+y^2}=\frac{x}{x^2+y^2}-i\frac{y}{x^2+y^2}$.

Propriété 9. (très utile pour résoudre des équations-produits !)
Quels que soient les nombres complexes z et z', $zz'=0 \Leftrightarrow z=0$ ou $z'=0$.

Dem : ex 43 p 241 Déclic

II. Conjugué d'un nombre complexe

Définitions 10: Soit z un nombre complexe; $z = x + iy$ avec x et y réels.
On appelle ***conjugué de z*** le nombre complexe $\overline{z}=x-iy$.

→ *Autrement dit, le conjugué d'un complexe s'obtient en gardant sa partie réelle et en remplaçant sa partie imaginaire par son opposé.*

♠ Exemple 7.

1) Le conjugué de $z_1=5-3i$ est $\overline{z_1}$ = ...

2) Le conjugué de $z_2=i4\sqrt{3}$ est $\overline{z_2}$ = ...

3) Le conjugué de $z_3=56$ est $\overline{z_3}$ = ...

4) Le conjugué de $z_4=\frac{(1+i)(2-3i)}{i}$ est $\overline{z_4}$ = ...

♠ Exercice 8. z étant un complexe quelconque, exprimer les quantités suivantes en fonction de Re(z) et Im(z)

1) $z+\overline{z}$ = ...
2) $z-\overline{z}$ = ...

Point-méthode 11: La méthode employée pour déterminer la forme algébrique d'un complexe est une méthode générale : pour mettre un complexe qui se présente comme un quotient sous forme algébrique, on peut multiplier le numérateur et le dénominateur par le conjugué du dénominateur.

♠ Exemple 9. Mettre sous forme algébrique le complexe $\frac{1+i}{3-4i}$.

Solution : $\frac{1+i}{3-4i}=\frac{(1+i)(3+4i)}{(3-4i)(3+4i)}=\frac{3+4i+3i-4}{3^2+4^2}=\frac{-1}{25}+i\frac{7}{25}$.

A vous ! Donner la forme algébrique de $z=\frac{2+3i}{4-5i}$.

A. Propriétés permettant de caractériser les imaginaires purs et les réels

Propriétés.
P 12 ▪ z est réel équivaut à $z=\overline{z}$ ou encore $z-\overline{z}=0$
P 13 ▪ z est imaginaire pur (on note $z\in i\mathbb{R}$) équivaut à $z=-\overline{z}$ ou encore $z+\overline{z}=0$

Pratique : Pour savoir si un complexe est en fait un réel, on peut calculer $z-\overline{z}$. Si on obtient 0, z est réel et si on n'obtient pas 0, z n'est pas réel.
Même idée pour savoir si un complexe est un imaginaire pur.

B. Lien inverse / conjugué

Propriété 14.
▪ Pour tout nombre complexe $z = x + iy$, on a $z\overline{z}=x^2+y^2$.
▪ On peut donc reformuler la propriété 8: L'inverse d'un complexe z non nul est $\frac{1}{z}=\frac{\overline{z}}{x^2+y^2}$.

♠ Exemple 10.

1) L'inverse de $z_1 = 5 - 3\mathrm{i}$ a pour forme algébrique $\dfrac{1}{z_1} = \dots\dots\dots\dots$

2) L'inverse de $z_2 = \dfrac{2+i}{i}$ a pour forme algébrique $\dfrac{1}{z_2} = \dots\dots\dots\dots$

C. Effet de la conjugaison sur les opérations

Propriété 15. Pour tous les nombres complexes z et z' et pour tout entier n :
▪ $\overline{z+z'} = \overline{z} + \overline{z'}$ ▪ $\overline{(-z)} = -\overline{z}$ ▪ $\overline{z \cdot z'} = \overline{z} \cdot \overline{z'}$ ▪ $\overline{z^n} = \overline{z}^n$

si de plus $z' \neq 0$, $\overline{\left(\dfrac{1}{z'}\right)} = \dfrac{1}{\overline{z'}}$ et $\overline{\left(\dfrac{z}{z'}\right)} = \dfrac{\overline{z}}{\overline{z'}}$.

→ *On dit que l'opération de conjugaison est compatible avec l'addition, la soustraction, la multiplication, la division et l'élévation à une puissance.*

Dem : ex 42 p 241 Déclic

III. Équation du second degré à coefficients réels

Propriété 16. On considère l'équation $a z^2 + b z + c = 0$ à résoudre dans $\mathbb{C}$ avec a, b et c réels et a non nul. On appelle ***discriminant*** de cette équation le nombre $\Delta = b^2 - 4ac$. C'est un réel puisque a, b *et* c sont des réels.

Rappel, mise sous forme canonique: $a z^2 + b z + c = a\left[\left(z + \dfrac{b}{2a}\right)^2 - \dfrac{\Delta}{4a^2}\right]$.

▪ Si $\Delta > 0$, alors l'équation a deux racines réelles $z_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $z_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$.

▪ Si $\Delta = 0$, alors l'équation a une racine réelle double $z_0 = -\dfrac{b}{2a}$.

▪ Si $\Delta < 0$, alors l'équation a deux racines complexes conjuguées $z_1 = \dfrac{-b-i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$ et $z_2 = \dfrac{-b+i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$

IV. Représentation géométrique des nombres complexes : Affixe d'un point ou d'un vecteur

<u>L'idée</u> : De même que l'on peut représenter les réels (sur une droite), on peut représenter les complexes, mais il faut le faire dans le plan. On peut représenter un complexe soit par un point du plan soit par un vecteur du plan. Commençons par la représentation par un point.

Dans tout ce paragraphe, le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O ; \vec{u}, \vec{v})$ (on choisit $(O ; \vec{u}, \vec{v})$ plutôt que $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ pour éviter les confusions entre le vecteur $\vec{i}$ et le nombre complexe i).

A. Représentation d'un nombre complexe par un point du plan complexe

Définitions 17:
▪ A chaque point M du plan de coordonnées $(x ; y)$ on associe le nombre complexe $z = x + i y$. On dit que z est l'***affixe*** du point M et on le note $\boldsymbol{z_M}$.

▪ Réciproquement, à chaque nombre complexe $z = x + i y$, on associe un unique point du plan, le point M de coordonnées $(x ; y)$. On dit que M est le point ***d'affixe*** z et on note $\boldsymbol{M(z)}$.

▪ Le plan muni d'un repère orthonormé direct dans lequel on représente des nombres complexes est appelé ***le plan complexe***. L'axe des ordonnées est appelé ***l'axe des imaginaires purs*** et l'axe des abscisses est appelé ***l'axe des réels***.

♠ Exemple 11.

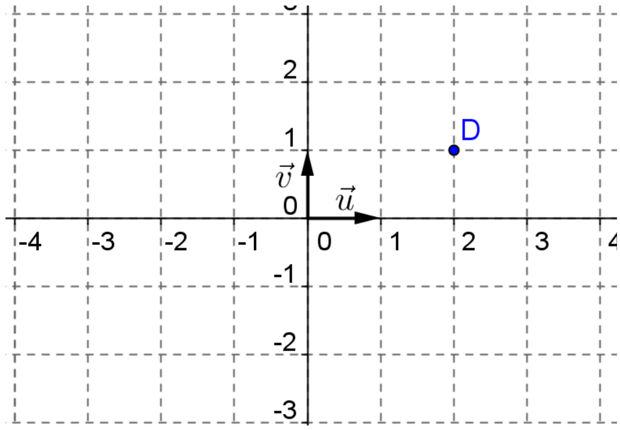
1) Lire sur le dessin l'affixe du point D.

. . . .

2) Soit $z = 3 - 2\,\mathrm{i}$. Placer sur le dessin ci-contre le point M d'affixe z , puis placer $M_1(\bar{z})$, $M_2(-z)$ et $M_3(-\bar{z})$.

3) Compléter les phrases suivantes :

a) Si des points ont pour affixes des complexes conjugués, alors ces points sont . . . .



b) Si des points ont pour affixes des complexes opposés, alors ces points sont . . . .

On peut aussi représenter un complexe par un vecteur du plan. Voyons comment :

B. Représentation d'un nombre complexe par un vecteur du plan complexe

Définitions 18:

- A chaque vecteur $\vec{w}$ du plan de coordonnées $(x\,;\,y)$ on associe le nombre complexe $z = x + i\,y$. On dit que z est l'***affixe*** du vecteur $\vec{w}$ et on le note $z_{\vec{w}}$.
- A chaque nombre complexe $z = x + i\,y$, on associe le vecteur $\vec{w}$ de coordonnées $(x\,;\,y)$. On dit que $\vec{w}$ est le vecteur ***d'affixe*** z .

♠ Exemple 12. A, B et C sont trois points d'affixes respectives $3-i$, $2+2\mathrm{i}$ et $-1+\mathrm{i}$. Déterminer l'affixe du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

Propriétés. Pour tous vecteurs $\vec{w}$ et $\vec{w}\,'$ d'affixes respectives $z_{\vec{w}}$ et $z_{\vec{w}'}$ et tout réel λ

P 19 ▪ L'affixe du vecteur $\vec{w}+\vec{w}\,'$ est la somme des affixes de $\vec{w}$ et $\vec{w}\,'$, ce qui peut s'écrire $z_{\vec{w}+\vec{w}'} = z_{\vec{w}} + z_{\vec{w}'}$.

P 20 ▪ L'affixe du vecteur $\lambda\vec{w}$ est le produit de λ par l'affixe de $\vec{w}$, ce qui peut s'écrire $z_{\lambda\vec{w}} = \lambda\, z_{\vec{w}}$.

♠ Exemple 13. Si $\vec{w}_1$ a pour affixe $3-2\mathrm{i}$ et $\vec{w}_2$ a pour affixe $-4+i$ alors $\vec{w} = \vec{w}_1 - 5\vec{w}_2$ a pour affixe . . . . .

Propriétés. Étant donnés deux points A et B du plan complexe d'affixes respectives z_A et z_B ,

P 21 ▪ L'affixe du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est $z_{\overrightarrow{AB}} = z_B - z_A$.

P 22 ▪ L'affixe du milieu I de [AB] est $z_I = \frac{z_A+z_B}{2} = \frac{1}{2}(z_A + z_B)$

Démonstrations des propriétés 19 à 22:

Ce ne sont que des reformulations en termes de complexes des propriétés bien connues :

Ainsi P19 ne fait que dire que si $\vec{w}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ (ce qui s'écrit $z_{\vec{w}} =$ . . . .) et $\vec{w}\,'$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ (ce qui s'écrit $z_{\vec{w}} =$ . . . .) alors $\vec{w}+\vec{w}\,'$ a pour coordonnées . . . . (ce qui s'écrit $z_{\vec{w}+\vec{w}'} =$ . . . .)

P20 ne fait que dire que si $\vec{w}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ (ce qui s'écrit $z_{\vec{w}} =$ . . . . . .) alors $\lambda\vec{w}$ a pour coordonnées . . . . . . (ce qui s'écrit $z_{\lambda\vec{w}} =$ . . . .)

Démonstrations des propriétés 21 et 22: ex 43 p 241 Déclic

Sources : Labomath ; Manuel Repères ; Manuel Hyperbole ; Site de G. Costantini, Manuel Déclic.

Table des matières

Le programme officiel

Nombres complexes

En classe terminale, les nombres complexes sont vus essentiellement comme constituant un nouvel ensemble de nombres avec ses opérations propres. Cette introduction s'inscrit dans la perspective d'un approfondissement lors d'une poursuite d'études.

Contenus	Capacités attendues	Commentaires
Forme algébrique, conjugué. Somme, produit, quotient.	• Effectuer des calculs algébriques avec des nombres complexes.	On introduit dans ce chapitre des éléments lui donnant une dimension historique.
Équation du second degré à coefficients réels.	• Résoudre dans **C** une équation du second degré à coefficients réels.	
Représentation géométrique.	• Représenter un nombre complexe par un point ou un vecteur.	Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$.
Affixe d'un point, d'un vecteur.	• Déterminer l'affixe d'un point ou d'un vecteur.	
Forme trigonométrique : - module et argument, interprétation géométrique dans un repère orthonormé direct ; - notation exponentielle.	• Passer de la forme algébrique à la forme trigonométrique et inversement. • Connaître et utiliser la relation $z\bar{z}=\lvert z\rvert^2$.	La notation exponentielle est introduite après avoir montré que la fonction $\theta \mapsto \cos\theta + i\sin\theta$ vérifie la même relation fonctionnelle que la fonction exponentielle.
	• Effectuer des opérations sur les nombres complexes écrits sous différentes formes.	Les nombres complexes permettent de mémoriser les formules trigonométriques d'addition et de duplication vues en première. ⇆ [SI] Analyse fréquentielle d'un système.

Notre progression :

Partie I **Nombres complexes** 6 ∆ .
- position du problème
- forme algébrique d'un nombre complexe
- équation du second degré
- affixe d'un point, d'un vecteur

Partie II Forme trigonométrique, module, argument
$arg\,\frac{a-b}{c-d}$
Attention : Les transformations ne sont plus au programme.