

P.I n°1 de 30 min: Dérivées & Espace CORRIGÉ	T S 1
---	--------------

Jeudi septembre 2012, Calculatrices INTERDITES.

Exercice 1

Énoncé : Soit f la fonction définie par $f(x)=(5-4x)\sqrt{1-2x}$. Calculer sa dérivée après avoir précisé son ensemble de définition et son ensemble de dérivabilité puis déterminer ses variations. Présentez vos résultats dans un tableau de variations. On ne demande PAS les valeurs aux bornes de son domaine de définition et aux extrema éventuels.

Rappel : Calculatrices INTERDITES.

Corrigé :

- Ensemble de définition de f : f est définie ssi $1-2x \geq 0$, ce qui équivaut à $x \leq \frac{1}{2}$, càd

$$D_f = \left] -\infty; \frac{1}{2} \right].$$

- Ensemble de dérivabilité de f : La fonction $x \mapsto 5-4x$ est un polynôme, elle est donc dérivable sur \mathbb{R} . La fonction $x \mapsto \sqrt{1-2x}$ est dérivable ssi $1-2x > 0$, ce qui équivaut à $x < \frac{1}{2}$, càd $x \in \left] -\infty; \frac{1}{2} \right[$.

→ Finalement, sur $\left] -\infty; \frac{1}{2} \right[$, f est dérivable comme produit de fonctions dérivables.

- Dérivée de f : $f(x)=(5-4x)\sqrt{1-2x}$ donc par la formule de dérivation d'un produit, $f'(x) = -4\sqrt{1-2x} + (5-4x) \times \frac{-2}{2\sqrt{1-2x}} = -4\sqrt{1-2x} - \frac{(5-4x)}{\sqrt{1-2x}} = \frac{-4(1-2x) - (5-4x)}{\sqrt{1-2x}} = \frac{12x-9}{\sqrt{1-2x}}$
Comme le dénominateur est positif, $f'(x)$ est du signe de $12x-9$. Or $12x-9 > 0 \Leftrightarrow 12x > 9 \Leftrightarrow 4x > 3 \Leftrightarrow x > 3/4$. Comme le domaine de définition de f correspond à $x \leq \frac{1}{2} < \frac{3}{4}$, $f'(x) < 0$ sur D_f .

Le tableau précédent suffit, mais pour vous clarifier les idées je vous mets aussi celui-ci qui décrit ce qui se passe sur \mathbb{R} tout entier :

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$
signe de f'	-	-
f	↘ 0	

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$+\infty$
signe de f'	-	-	+	+
f	↘ 0		↗	

Exercice 2

Énoncé : Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{(7-5x^7)^9}$. Calculer sa dérivée. On ne demande PAS de déterminer ses variations.

Corrigé : f est dérivable en tout point x tel que $7-5x^7 \neq 0$.
 $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{(7-5x^7)^9} = \sqrt{3}(7-5x^7)^{-9}$, que l'on dérive comme le produit de la constante $\sqrt{3}$ par une fonction de la forme u^n .

$$f'(x) = \sqrt{3}(-9)(7-5x^7)^{-10}(-35x^6) = \frac{\sqrt{3}(-9)(-35x^6)}{(7-5x^7)^{10}} = \frac{9 \times 35 \sqrt{3} x^6}{(7-5x^7)^{10}} = \frac{315 \sqrt{3} x^6}{(7-5x^7)^{10}} \geq 0.$$

(Le signe est visible, la forme obtenue est donc satisfaisante.)

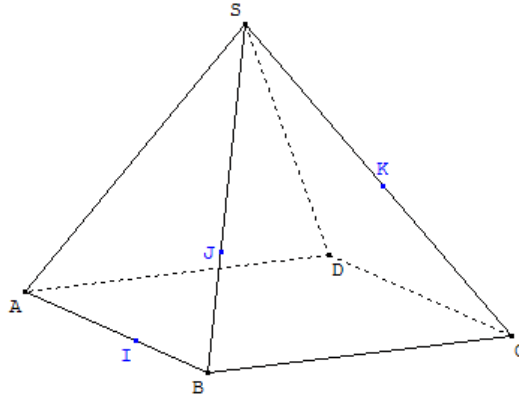
Exercice 3 Espace.

Énoncé : ABCD est une pyramide dont la base ABCD est un parallélogramme. I, J et K sont respectivement des points des arêtes [AB], [BS] et [CS].

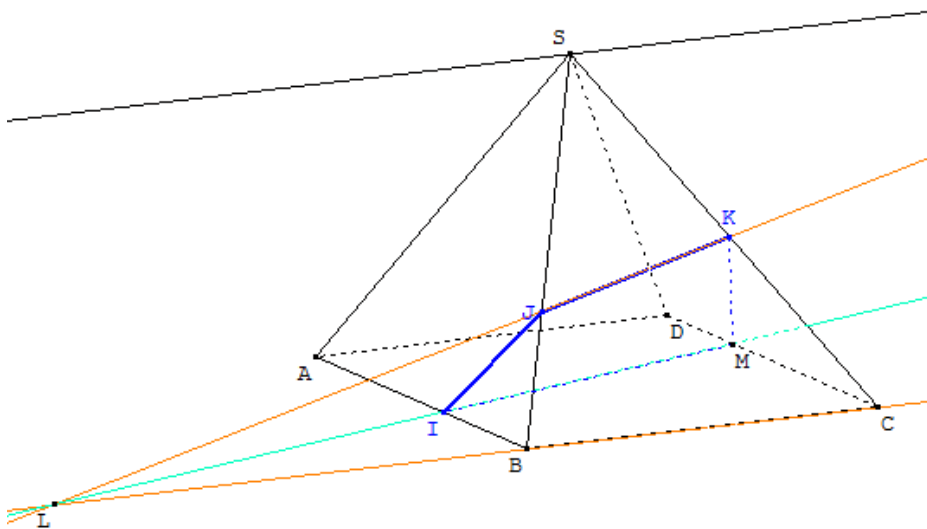
Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

1) Construire sur cette feuille la section de la pyramide ABCDS par le plan (IJK). Justifiez les points essentiels de la construction.

2) Construire sur cette feuille l'intersection des plans (ADS) et (BCS). Justifiez !



Corrigé : 1) Construction de la section de la pyramide ABCDS par le plan (IJK) :



• Dans le plan (SBC), les droites (JK) et (BC) sont sécantes en un point que l'on appelle L.

• L appartient à la fois aux plans (IJK) et (ABD). En effet,
$$\left. \begin{array}{l} L \in (IJ) \subset (IJK) \\ L \in (BC) \subset (ABD) \end{array} \right\} \Rightarrow L \in (ABD) \cap (IJK).$$

L et I sont tous deux des points de (IJK) et (ABD), donc l'intersection des plans (IJK) et (ABD) est la droite (LI), ce qui permet de tracer [IM] la trace de (IJK) sur la face ABCD.

→ On a maintenant les intersections de (IJK) avec toutes les arêtes et il n'y a plus qu'à joindre ces points pour obtenir la section de la pyramide ABCDS par le plan (IJK).

2) Construire sur cette feuille l'intersection des plans (ADS) et (BCS). Justifiez !

• ABCD est un parallélogramme donc les droites (BC) et (AD) sont parallèles.

• Les plans (ADS) et (BCS) contiennent les droites parallèles (BC) et (AD) donc par le **théorème du toit**, ils se coupent selon une droite parallèle à (BC).

Comme de plus le point S appartient aux plans (ADS) et (BCS), leur intersection est la droite parallèle à (BC) passant par S.

Sujet de gauche :

