SUJET D

Interrogation n°3: **Intégrales et Trigonométrie** (30 minutes)	T S 1

Jeudi 7 février, **Calculatrices INTERDITES.**

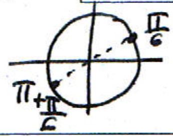
Nom (la première lettre suffit): . . . . Prénom :	Note: $\overline{}$ **20**

/2

♠ Exercice 1. Donnez la valeur exacte de $\cos\left(\frac{19\pi}{6}\right)$. Rappel : Calculatrices INTERDITES.

$\frac{19\pi}{6} = \frac{18\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = 2\pi + \pi + \frac{\pi}{6}$

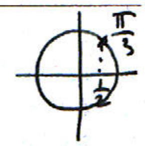
$\cos\left(\frac{19\pi}{6}\right) = -\cos\frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$



$\boxed{\cos\frac{19\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}}$

/4

♠ Exercice 2. En remarquant que $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$, déterminer la valeur exacte de $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$. 1



$\sin\frac{\pi}{12} = \sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - \sin\frac{\pi}{4}\cos\frac{\pi}{3}$

0,5

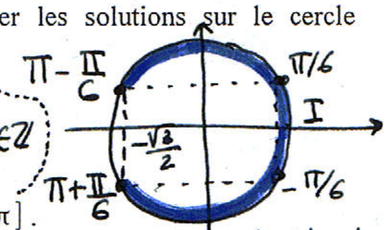
$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2}$

2

0,5 $\boxed{\sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}}$

/4

♠ Exercice 3. **a)** Résoudre dans IR $\cos x \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$ et représenter les solutions sur le cercle trigonométrique. Les solution, en bleu →



/2,5 S = La réunion des intervalles de la forme $\left[-\frac{5\pi}{6} + 2k\pi ; \frac{5\pi}{6} + 2k\pi\right]$, $k \in \mathbb{Z}$

b) Donnez sans justification les solutions de $\cos x \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$ dans $[0 ; 2\pi]$.

/1,5 $\boxed{S = \left[0 ; \frac{5\pi}{6}\right] \cup \left[\frac{7\pi}{6} ; 2\pi\right]}$

(On part de I, on fait 1 tour et on note les solution au fur et à mesure

/5

♠ Exercice 4. **a)** Calculer exprimer $\cos^2 x$ en fonction de $\cos 2x$. *Rappel* : $\cos 2x$ signifie $\cos(2x)$.

$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ d'où $\boxed{\cos^2 x = \frac{\cos 2x + 1}{2}}$

/2

b) Sachant que $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x \, dx = 0$, calculer $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \, dx$ Rappel : Calculatrices INTERDITES.

$\int_0^{\pi/2} \cos^2 x \, dx = \frac{1}{2}\int_0^{\pi/2} \cos 2x + \int_0^{\frac{\pi}{2}} 1/2 \, dx$ par linearité

/3 $= \frac{1}{2} \times 0 + \frac{\pi}{2}\left(\frac{1}{2} - 0\right)$

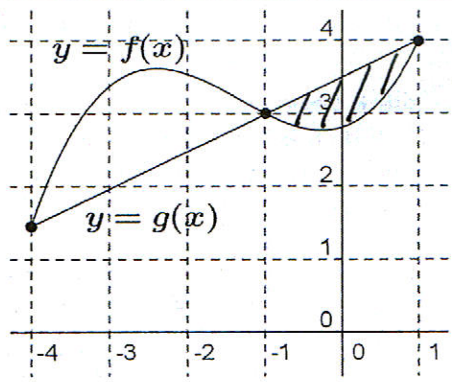
$\boxed{\int_0^{\pi/2} \cos^2 x \, dx = \frac{\pi}{4}}$

/5

♠ Exercice 5. f et g sont des fonctions définies et continues sur $[-4 ; 1]$.

1) Soit $\mathscr{D}$ la partie du plan située entre les courbes représentatives de f et g pour $x \in [-1 ; 1]$. Hachurer $\mathscr{D}$ sur votre dessin

/0,5



2) Soit $\mathscr{A}$ l'aire de $\mathscr{D}$. Exprimer $\mathscr{A}$ avec une ou plusieurs intégrales.

/1,5 $\mathscr{A} = \int_{-1}^{1} g(x)dx - \int_{-1}^{1} f(x)dx$

3) Sachant que $\int_{-1}^{-1} f(x) \, dx = 6 \, u.a.$, calculer $\mathscr{A}$.

/3 $\int_{-1}^{1} g(x)dx = \frac{(b+B)}{2} \times h = \frac{(4+3)}{2} \times 2 = 7$ → 1,5

d'où $\mathscr{A} = 7 - 6 = 1$

1

$\boxed{\mathscr{A} = 1 \text{ u.a.}}$

0,5