

Jeudi 7 février, Calculatrices INTERDITES.

Nom (la première lettre suffit):

Note: 20

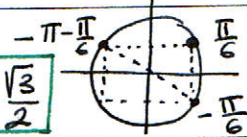
Prénom: ... **CORRIGÉ** ...

1/2

Exercice 1. Donnez la valeur exacte de $\cos\left(-\frac{19\pi}{6}\right)$.
 $-\frac{19\pi}{6} = -\frac{12\pi}{6} - \frac{7\pi}{6} = -2\pi - \frac{7\pi}{6}$
 $-\frac{19\pi}{6} = -2\pi - \pi - \frac{\pi}{6}$

Rappel: Calculatrices INTERDITES.

$\cos\left(-\frac{19\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$



1/4

Exercice 2. En remarquant que $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$, déterminer la valeur exacte de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

$\cos\frac{\pi}{12} = \cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\frac{\pi}{3} \cos\frac{\pi}{4} + \sin\frac{\pi}{3} \sin\frac{\pi}{4}$
 $= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$

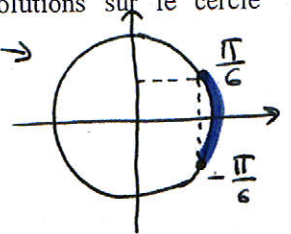
$\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

1/4

Exercice 3. a) Résoudre dans \mathbb{R} $\cos x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$ et représenter les solutions sur le cercle trigonométrique. Solutions en bleu sur la circonférence.

1/2,5

S = Réunion de tous les intervalles de la forme $[-\frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{\pi}{6} + 2k\pi]$ lorsque k parcourt \mathbb{Z} .



b) Donnez sans justification les solutions de $\cos x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$ dans $[0; 2\pi]$.

1/1,5

$S = [0; \frac{\pi}{6}] \cup [2\pi - \frac{\pi}{6}; 2\pi]$

1/5

Exercice 4. a) Calculer exprimer $\cos^2 x$ en fonction de $\cos 2x$. Rappel: $\cos 2x$ signifie $\cos(2x)$.

$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ d'où $\cos^2 x = \frac{\cos 2x + 1}{2}$

1/2

b) Sachant que $\int_0^{\pi/2} \cos 2x dx = 0$, calculer $I = \int_0^{\pi/2} \cos^2 x dx$

Rappel: Calculatrices INTERDITES.

1/3

$\int_0^{\pi/2} \cos^2 x dx = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} \cos 2x dx + \int_0^{\pi/2} \frac{1}{2} dx = \frac{1}{2} \times 0 + \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} - 0\right)$

$I = \frac{\pi}{4}$

1/5

Exercice 5. f et g sont des fonctions définies et continues sur $[-4; 1]$.

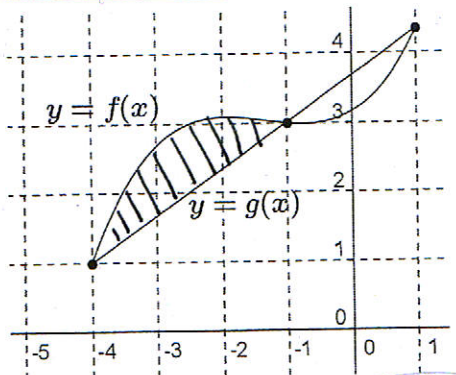
10,5

1) Soit \mathcal{D} la partie du plan située entre les courbes représentatives de f et g pour $x \in [-4; -1]$. Hachurer \mathcal{D} sur votre dessin

1/1,5

2) Soit \mathcal{A} l'aire de \mathcal{D} . Exprimer \mathcal{A} avec une ou plusieurs intégrales.

$\mathcal{A} = \int_{-4}^{-1} f(x) dx - \int_{-4}^{-1} g(x) dx$



3) Sachant que $I = \int_{-4}^{-1} f(x) dx = 8 \text{ u.a.}$, calculer \mathcal{A} .

1/3

$\int_{-4}^{-1} g(x) dx$ est l'aire d'un trapèze et elle vaut $\frac{(1+3)}{2} \times 3 = 6 \text{ u.a.}$

$\mathcal{A} = 8 - 6 = 2 \text{ u.a.}$

$\mathcal{A} = 2 \text{ u.a.}$