PI2 SD TS

I

$$\frac{1+5i}{5-3i} = \frac{1+5i}{5-3i} \times \frac{(5+3i)}{(5+3i)} = \frac{5-15+i(3+25)}{25+9}$$

$$\boxed{z = -\frac{10}{34} + i\frac{28}{34} = -\frac{5}{17} + \frac{14}{17}i}$$

idée du conjugué → 1

II 1) $|z-3+9i| = |z|$

$\Leftrightarrow |z-(3-9i)| = |z-0|$ — 0,5 — 0,5 — 1

$\Leftrightarrow AN = ON$ où A est le point d'affixe $3-9i$ i.e. $A(3;-9)$

$\Leftrightarrow N$ est sur la médiatrice de $[OA]$

$\boxed{\mathcal{L}_1 \text{ est la médiatrice de } [OA] \text{ où } A(3;-9)}$ 1

2) $|z+5-4i| = 16$

$\Leftrightarrow |z-(-5+4i)| = 16$ — 0,5 — 0,5

$\Leftrightarrow |z - z_B| = 16$ où B est le pt d'affixe $z_B = -5+4i$

$\Leftrightarrow MB = 16$ — 1

$\boxed{\mathcal{L}_2 \text{ est le cercle de centre } B(-5;4) \text{ et de rayon } 16}$ 1

III Voir S.G.

IV 1) $u_n = e^{-7n+1} \times e^n = e^{-6n+1} = e \times (e^{-6})^n$

de la forme $u_n = d \times q^n$ donc (u_n) est géométrique

avec $u_0 = e$ et $q = e^{-6} = \frac{1}{e^6}$

2) $S_n = \sum_{k=0}^{n} u_k = \frac{P - D\times q}{1-q} = \frac{e - e(e^{-6})^{n+1}}{1-e^{-6}}$ 0,5

1,5

$$= \frac{e^7 - e(e^{-6})^n}{e^6 - 1}$$

$e^{-6} = \frac{1}{e^6}$ donc $-1 < q = e^{-6} < 1$ ← 0,5

donc $\lim_{n\to+\infty} (e^{-6})^n = 0$ ← 1

Par somme et quotient $\lim_{n\to+\infty} S_n = \frac{e^7 - 0}{e^6-1} = \frac{e^7}{e^6-1}$

$$\boxed{\lim_{n\to+\infty} S_n = \frac{e^7}{e^6-1} = \frac{e}{1-e^{-6}} \;(\simeq 1)}$$ ← 0,5