

TRIGONOMÉTRIE CLASSIQUE ET TRIGONOMÉTRIE HYPERBOLIQUE

Les formules de trigonométrie classique et de trigonométrie hyperbolique se correspondent deux à deux. Le but du jeu va être de trouver, à partir d'une des formules, la formule correspondante dans l'autre colonne. Faites les démonstrations dans votre cahier d'exercice et reportez les résultats dans ce tableau.

Trigonométrie hyperbolique	Trigonométrie classique
On définit le <i>cosinus hyperbolique</i> par $chx \uparrow \frac{e^x + e^{-x}}{2}$	Formule trigonométrique correspondante : $\cos x \uparrow \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$
On définit le <i>sinus hyperbolique</i> par $shx \uparrow \frac{e^x - e^{-x}}{2}$	Formule trigonométrique correspondante : $\sin x \uparrow$
Exprimer e^x en fonction de chx et shx	Formule trigonométrique correspondante :
Exprimer e^{-x} en fonction de chx et shx	Formule trigonométrique correspondante :
Formule de trigonométrie hyperbolique correspondante :	$\cos^2 x + \sin^2 x \uparrow 1$
Exprimer $ch(a+b)$ en fonction de cha , chb , sha et shb	Formule trigonométrique correspondante :
Exprimer $ch(2a)$ en fonction de cha , uniquement.	Formule trigonométrique correspondante :
Exprimer $ch(2a)$ en fonction de sha , uniquement.	Formule trigonométrique correspondante :
Exprimer $sh(a+b)$ en fonction de cha , chb , sha et shb	Formule trigonométrique correspondante :
Exprimer $sh(2a)$ en fonction de sha et cha	Formule trigonométrique correspondante :
Dérivées de ch et sh :	Formule trigonométrique correspondante :

.....
On définit la <i>tangente hyperbolique</i> par $thx \doteq \frac{shx}{chx}$ Dérivée de th en fonction thx uniquement Dérivée de th en fonction chx uniquement	Formule trigonométrique correspondante : Formule trigonométrique correspondante : Formule trigonométrique correspondante :

♠ Exercice 1.

1) Calculer $S_n \doteq \sum_{k=0}^n \cos(kx)$ et $T_n \doteq \sum_{k=0}^n \sin(kx)$ pour tout réel x . Ces sommes sont réelles et vos formules ne doivent pas contenir de nombres non réels.

2) Indiquez une (des) méthode(s) qui permet de vérifier que les formules obtenues sont probablement justes et utilisez-la (les) pour vérifier vos calculs.

3) Résoudre l'équation $S_n \doteq 0$.

♠ Exercice 2. Calculer $S_n \doteq \sum_{k=0}^n ch(a \dot{+} kb)$ et $T_n \doteq \sum_{k=0}^n sh(a \dot{+} kb)$.

♠ Exercice 3.

1) Donnez les tableaux de variation des fonctions *cosinus hyperbolique* et *sinus hyperbolique*.

2) Sur le même graphique, construire les représentations graphiques des fonctions sh, ch et $x \mapsto \frac{e^x}{2}$.

3) Observer la position relative de ces courbes et démontrer vos conjectures.

♠ Exercice 4. Tableau de variation et représentation graphique de la fonction *tangente hyperbolique*.

Objectifs :

$\frac{35}{17}$ Savoir mener des calculs efficacement.

$\frac{35}{17}$ Travailler sur des questions ouvertes.

$\frac{35}{17}$ Repérer parmi toutes les formules disponibles celles qui peut être utile.

$\frac{35}{17}$ Utiliser simultanément les contenus de différents domaines des mathématiques (études de fonction, formules trigonométriques, limites, suites...)

$\frac{35}{17}$ Savoir manipuler des sommes, notamment la notation somme (voir exercices)