♠ Exercice 1.

Soit f la fonction définie par $f(x)=(x+1)^2-4$ [c'est la forme canonique].

1) a) Développer $f(x)$ [On obtient la forme développée].

b) Factoriser $f(x)$. [On obtient la forme factorisée].

2) Résoudre $f(x)=0$. [Pensez à choisir la forme de $f(x)$ la plus adaptée !]

3) Calculer $f(0)$. [Pensez à choisir la forme de $f(x)$ la plus adaptée !]

4) Résoudre $f(x)=12$. [Pensez à choisir la forme de $f(x)$ la plus adaptée !]

5) Résoudre $f(x)=-3$. [Pensez à choisir la forme de $f(x)$ la plus adaptée !]

6) Calculer $f(-1)$. [Pensez à choisir la forme de $f(x)$ la plus adaptée !]

7) La fonction f admet-elle un maximum ou un minimum ? Si oui, lequel ?

8) Tracer la courbe représentative de f sur votre calculatrice et expliquer comment utiliser ce graphique pour vérifier vos réponses aux trois questions précédentes.

♠ Exercice 1.

Soit f la fonction définie par $f(x)=(x+1)^2-4$ [c'est la forme canonique].

1) a) Développer $f(x)$ [On obtient la forme développée].

b) Factoriser $f(x)$. [On obtient la forme factorisée].

2) Résoudre $f(x)=0$. [Pensez à choisir la forme de $f(x)$ la plus adaptée !]

3) Calculer $f(0)$. [Pensez à choisir la forme de $f(x)$ la plus adaptée !]

4) Résoudre $f(x)=12$. [Pensez à choisir la forme de $f(x)$ la plus adaptée !]

5) Résoudre $f(x)=-3$. [Pensez à choisir la forme de $f(x)$ la plus adaptée !]

6) Calculer $f(-1)$. [Pensez à choisir la forme de $f(x)$ la plus adaptée !]

7) La fonction f admet-elle un maximum ou un minimum ? Si oui, lequel ?

8) Tracer la courbe représentative de f sur votre calculatrice et expliquer comment utiliser ce graphique pour vérifier vos réponses aux trois questions précédentes.

♠ Exercice 1.

Soit f la fonction définie par $f(x)=(x+1)^2-4$ [c'est la forme canonique].

1) a) Développer $f(x)$ [On obtient la forme développée].

b) Factoriser $f(x)$. [On obtient la forme factorisée].

2) Résoudre $f(x)=0$. [Pensez à choisir la forme de $f(x)$ la plus adaptée !]

3) Calculer $f(0)$. [Pensez à choisir la forme de $f(x)$ la plus adaptée !]

4) Résoudre $f(x)=12$. [Pensez à choisir la forme de $f(x)$ la plus adaptée !]

5) Résoudre $f(x)=-3$. [Pensez à choisir la forme de $f(x)$ la plus adaptée !]

6) Calculer $f(-1)$. [Pensez à choisir la forme de $f(x)$ la plus adaptée !]

7) La fonction f admet-elle un maximum ou un minimum ? Si oui, lequel ?

8) Tracer la courbe représentative de f sur votre calculatrice et expliquer comment utiliser ce graphique pour vérifier vos réponses aux trois questions précédentes.

♠ Exercice 1.

Soit f la fonction définie par $f(x)=(x+1)^2-4$ [c'est la forme canonique].

1) a) Développer $f(x)$ [On obtient la forme développée].

b) Factoriser $f(x)$. [On obtient la forme factorisée].

2) Résoudre $f(x)=0$. [Pensez à choisir la forme de $f(x)$ la plus adaptée !]

3) Calculer $f(0)$. [Pensez à choisir la forme de $f(x)$ la plus adaptée !]

4) Résoudre $f(x)=12$. [Pensez à choisir la forme de $f(x)$ la plus adaptée !]

5) Résoudre $f(x)=-3$. [Pensez à choisir la forme de $f(x)$ la plus adaptée !]

6) Calculer $f(-1)$. [Pensez à choisir la forme de $f(x)$ la plus adaptée !]

7) La fonction f admet-elle un maximum ou un minimum ? Si oui, lequel ?

8) Tracer la courbe représentative de f sur votre calculatrice et expliquer comment utiliser ce graphique pour vérifier vos réponses aux trois questions précédentes.

♠ Exercice 2. **Fonction carré.**

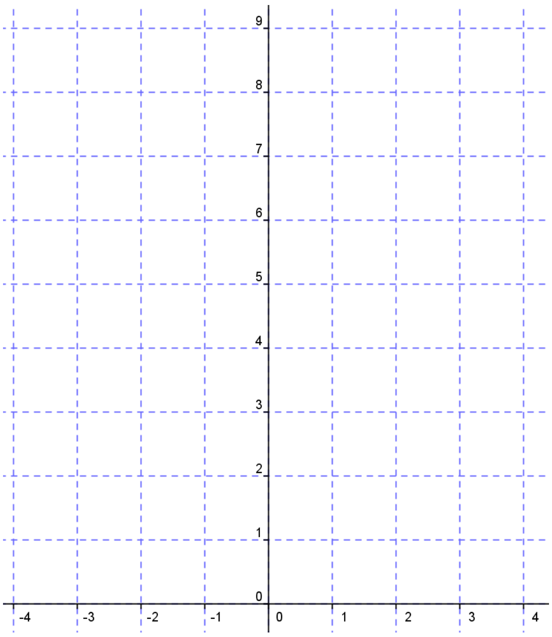
Définition : La fonction ***carré*** est la fonction définie sur ℝ par $f(x)=x^2$.

9) Courbe représentative

a) Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	-4	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4
$f(x)=x^2$											

b) En déduire un tracé précis de la courbe représentative de la fonction carré. Courbe à connaître !



c) Résoudre graphiquement l'inéquation $x^2 \leqslant 9$.
Justifier.

Réponse et justification : On trace . . . .

Les solutions de l'inéquation $x^2 \leqslant 9$ *sont* . . . .

d) Résoudre graphiquement l'inéquation $x^2 > 4$. *Justifier.*

10) Tableau de variations

Au vu de la courbe précédente, conjecturer le tableau de variation de la fonction carré.

(La démonstration de cette conjecture se fera plus tard.)

Tableau de variations de la fonction carré :

11) Fonction carré et inégalités

Étant donnés deux nombres a et b avec $a<b$, dans quel ordre sont rangés leurs carrés a^2 et b^2 ?

Propriété :

Démonstration :

♠ Exercice 3. Fonction inverse

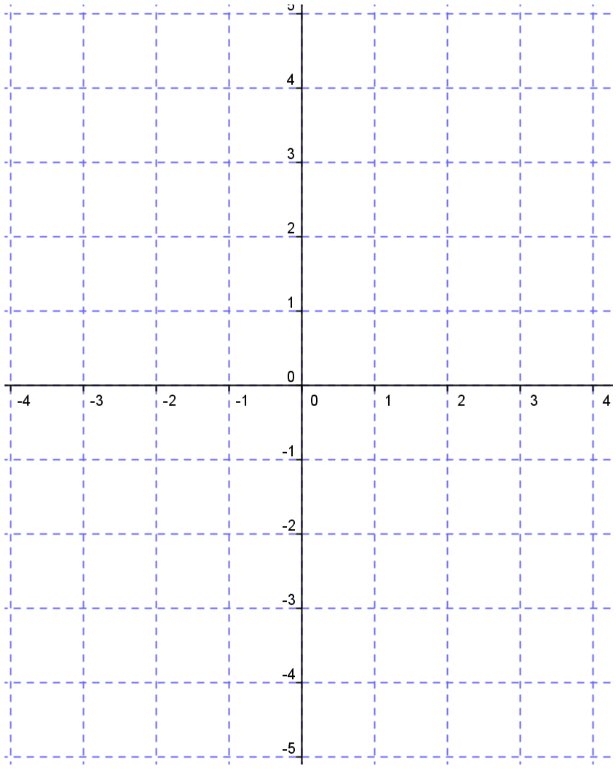
Définition : La fonction ***inverse*** est la fonction définie sur $]-\infty;\ 0[\cup]0;\ +\infty[$ par $f(x)=\dfrac{1}{x}$.

1) Courbe représentative

a) Compléter le tableau de valeurs suivant :

x	-3	-2	-1	$\frac{-1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3
$f(x)=\frac{1}{x}$											

b) En déduire un tracé précis de la courbe représentative de la fonction inverse. Courbe à connaître !



c) Résoudre graphiquement l'inéquation $\dfrac{1}{x}\leqslant-\dfrac{1}{3}$.

Justifier.

d) Résoudre graphiquement l'inéquation $\dfrac{1}{x}\leqslant 2$.

2) Tableau de variations

Au vu de la courbe précédente, conjecturer le tableau de variation de la fonction inverse.

(La démonstration de cette conjecture se fera plus tard.)

Tableau de variations de la fonction inverse :

3) Fonction inverse et inégalités

Étant donnés deux nombres a et b avec $a<b$, dans quel ordre sont rangés leurs inverses $\dfrac{1}{a}$ et $\dfrac{1}{b}$?

Propriété :

Démonstration :

Fonctions de référence

Fonction inverse et second degré

2nde

Objectifs du chapitre : Vous devez ....

- ☐ Connaître les variations de la fonction carré et les règles de manipulation d'inégalités qui en découlent.
- ☐ Connaître les variations de la fonction inverse et les règles de manipulation d'inégalités qui en découlent.
- ☐ Connaître les variations d'une fonction polynôme de degré 2 selon le signe du coefficient de x^2 et savoir dresser son tableau de variations.
- ☐ Savoir déterminer l'extremum d'une fonction polynôme de degré 2 (maximum ou minimum selon le signe du coefficient de x^2).
- ☐ Savoir que la courbe représentative d'une fonction polynôme de degré 2 est une parabole.
- ☐ Savoir déterminer les coordonnées du sommet de cette parabole ainsi que son axe de symétrie.
- ☐ savoir représenter les fonctions carré et inverse (être capable de tracer leurs courbes représentatives en quelque secondes à tout instant).
- ☐ identifier l'ensemble de définition d'une fonction homographique.

Et on retrouve des objectifs des chapitres ou des années précédentes :

- ☐ savoir développer et factoriser une expression (facteur commun, identités remarquables).
- ☐ savoir identifier la forme la plus adaptée (développée, factorisée) d'une expression en vue de la résolution d'un problème.
- ☐ savoir déterminer le signe d'une expression en utilisant si nécessaire un tableau de signes.

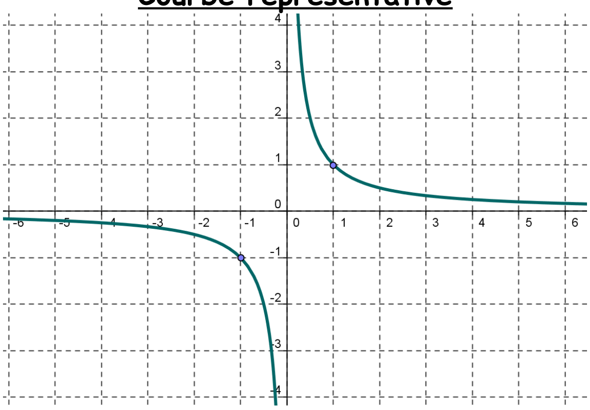
Objectifs en termes de TICE (rien de nouveau)

- ☐ savoir obtenir un tableau de valeurs d'une fonction à la calculatrice.
- ☐ savoir tracer la courbe représentative d'une fonction à la calculatrice.
- ☐ savoir utiliser la fonction « Trace » de la calculatrice pour déterminer une valeur approchée des coordonnées d'un point de la courbe.

I. La fonction inverse

Définition : La fonction ***inverse*** est la fonction définie sur $]-\infty;\ 0[\cup]0;\ +\infty[$ par $f(x)=\dfrac{1}{x}$.

Courbe représentative



Variations

▪ **Tableau de variations**

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)=\dfrac{1}{x}$		↘	‖	↘	

▪ La fonction inverse est strictement décroissante sur $]-\infty;0[$ et sur $]0;+\infty[$ (mais pas sur $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$

Les variations de la fonction inverse permettent de déduire les règles suivantes :

Règle de manipulation des inégalités 1.

▪ Si $a>0$ et $b>0$ avec $a<b$ alors $\dfrac{1}{a}>\dfrac{1}{b}$ (inégalités retournées)

▪ Si $a<0$ et $b<0$ avec $a<b$ alors $\dfrac{1}{a}>\dfrac{1}{b}$ (inégalités retournées)

▪ Mais si a et b n'ont pas le même signe, par exemple, si $a<0$ et $b>0$ alors on a $a<b$ et $\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$ (inégalités restant dans le même sens).

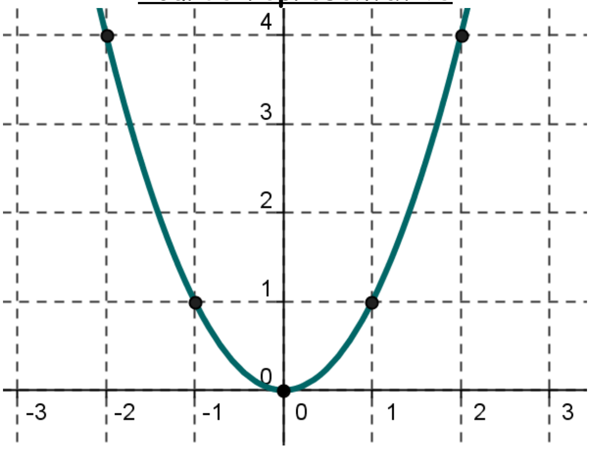
Résumé : « *La fonction inverse retourne les inégalités à condition que les deux membres aient le même signe* ».

II. Polynômes du second degré

A. La star de la famille : La fonction carré

Définition : La fonction ***carré*** est la fonction définie sur ℝ par $f(x)=x^2$.

Courbe représentative



Variations

▪ **Tableau de variations**

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)=x^2$	↘	0	↗

▪ La fonction carré est strictement décroissante sur $]-\infty;0]$ et strictement croissante sur $[0;+\infty[$.

Les variations de la fonction carré permettent de déduire les règles suivantes :

Règle de manipulation des inégalités 2.

▪ Si $a>0$ et $b>0$ avec $a<b$ alors $a^2<b^2$ (inégalités dans le même sens)

▪ Si $a<0$ et $b<0$ avec $a<b$ alors $a^2>b^2$ (inégalités retournées)

▪ Mais si a et b n'ont pas le même signe, par exemple, si $a<0$ et $b>0$ alors on a $a<b$ et mais on ne sait pas dans quel ordre vont être rangés a^2 et b^2.

♠ Exercice 4. Exemples qui prouvent que si a et b n'ont pas le même signe, alors, même si on sait que a<b, il n'y a pas de règle générale pour savoir dans quel ordre sont rangés leurs carrés.

$a=..........<0<b=..........$ et $a^2=..........<b^2=..........$

$a=..........<0<b=..........$ et $a^2=..........>b^2=..........$

Évidemment, si on ne connaît pas le signe de a et b même si on sait que a<b, il n'y a pas de règle générale pour savoir dans quel ordre sont rangés leurs carrés !

B. Définition et différentes écritures d'un trinôme du second degré

Définition 3. Une fonction qui peut s'écrire $f(x)=ax^2+bx+c$ où a, b et c sont des nombres avec $a\neq 0$ s'appelle une fonction ***trinôme du second degré*** ou un ***polynôme du second degré***. Une telle fonction est toujours définie sur ℝ tout entier.

Remarques : 1) Un trinôme du second degré est formé de trois termes d'où son nom (tri =3).

2) On dit aussi que f est un ***polynôme du second degré***, ou un ***polynôme de degré 2***.

■ Une fonction trinôme peut toujours s'écrire au moins de deux façons différentes et parfois trois :

- La forme $f(x)=ax^2+bx+c$ est appelée la ***forme développée***.
- La forme $f(x)=a(x-\alpha)^2+\beta$ est appelée la ***forme canonique***.
- Il est parfois possible (mais pas toujours) de donner une ***forme factorisée*** $f(x)=a(x-x_1)(x-x_2)$, x_1 et x_2 étant des nombres qui dépendent de la fonction.

C. Représentation graphique d'un trinôme du second degré

Théorème :
- La courbe représentative d'une fonction du type $f(x)=ax^2+bx+c$ (avec $a\neq 0$) est une ***parabole***.
- Cette parabole est **tournée vers le haut** si $a>0$ et elle est tournée vers le bas si $a<0$.
- Son **sommet** a pour abscisse $x_S=-\dfrac{b}{2a}$
- Elle admet pour **axe de symétrie** la droite verticale qui passe par le sommet de la parabole.

Cette droite a pour équation $x=-\dfrac{b}{2a}$.

D. Variations d'un trinôme du second degré

♠ Exercice 5. Complétez

Premier cas :

Tableau de variations :

x	
f	

Illustration : Représentation graphique

Deuxième cas :

Tableau de variations :

x	
f	

Illustration : Représentation graphique

Variations d'un trinôme du second degré : Une fonction du type $f(x)=ax^2+bx+c$ (avec $a\neq 0$) est
- décroissante puis croissante si $a>0$ (parabole tournée vers le haut)
- et elle est croissante puis décroissante si $a<0$. (parabole tournée vers le bas)

III. Fonction homographique

Définition : Une fonction qui peut s'écrire $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ où a, b, c et d sont des nombres avec $c\neq 0$ s'appelle une fonction ***homographique***.

Une telle fonction est toujours définie sur $\mathbb{R}$ privé de la valeur interdite $-\dfrac{d}{c}$, qui est le nombre qui annule le dénominateur.

Table des matières

Exercices

♠ Exercice 6. Sachant que $\sin x = \frac{3}{5}$ et que $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$, déterminer la valeur exacte de $\cos x$ (sans calculer x.)

♠ Exercice 7. Les réels suivants ont-ils la même image sur le cercle trigonométrique ?