TD TICE en TS
De la fonction exponentielle à la fonction logarithme népérien

1) Une équation avec paramètre : Soit b un réel strictement positif fixé. Déterminer suivant les valeurs de b le nombre de solutions de l'équation $\mathrm{e}^a = b$ où la variable est a et b est un paramètre.

Le résultat trouvé justifie la définition suivante :
Pour tout réel $b > 0$, on note $\ln(b)$ ou $\ln b$ l'unique réel a tel que $\mathrm{e}^a = b$. Autrement dit, pour tout réel $b > 0$, $\ln(b)$ est l'unique antécédents de b par la fonction exponentielle. On dit que $\ln(b)$ est le ***logarithme népérien*** de b.

2) Quelques valeurs
On pourra s'aider du tableau de valeur pour la fonction exponentielle ci-dessous.

(a) $\ln(1) =$ . . . . . . **(b)** $\ln(e) =$ . . . . . . **(c)** $\ln(e^2) =$ . . . . . . **(d)** $\ln\left(\frac{1}{\mathrm{e}}\right) =$ . . . . . .

	(a)	(b)	(c)	(d)	
x					$\ln(x)$
e^x	1				x

exp

ln

Illustrer ces résultats sur votre cahier à l'aide de la courbe de la fonction exponentielle

3) Courbe représentative de la fonction logarithme népérien
Soit $\mathscr{C}_{\exp}$ la courbe représentative de la fonction exponentielle et $\mathscr{C}_{\ln}$ la courbe représentative de la fonction logarithme népérien dans un repère orthonormé du plan.

a) Soit a un réel quelconque et b un réel strictement positif. Démontrer que le point $\mathrm{M}(a;b)$ appartient à $\mathscr{C}_{\exp}$ ssi $\mathrm{M}'(b;a)$ appartient à $\mathscr{C}_{\ln}$.

b) Avec Geogebra ou à la main, tracer la courbe $\mathscr{C}_{\exp}$ et placer un point M sur cette courbe puis placer le point M' correspondant.
[Avec Geogebra, pour créer M', taper dans la ligne de saisie $\mathrm{M}' = (y(\mathrm{M}), x(\mathrm{M}))$].
Activer la tracer de M' et faites décrire à M la courbe $\mathscr{C}_{\exp}$.
La courbe décrite par M' et matérialisée par sa trace est . . . . .

c) Quelle transformation semble transformer M en M' ? Démontrer ce résultat.

d) Tracer la courbe $\mathscr{C}_{\ln}$ grâce à la commande « lieu » ou à la transformation trouvée.

4) Propriétés de la fonction logarithme népérien

a) D'après $\mathscr{C}_{\ln}$, conjecturer le sens de variation de ln, ses limites et son signe. Pouvez-vous prouver certaines de vos conjectures ?

b) $\forall x \in]0;+\infty[$, $e^{\ln x} = \ldots$ *(à compléter)*. On admet dans cette question que ln est dérivable. En dérivant l'égalité précédente, déterminer la dérivée de ln.