

$ABCD$ est un tétraèdre. Pour chaque réel t , on construit les points M et N tels que $\overrightarrow{AM} = t \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CN} = t \overrightarrow{CD}$.
 On note I le milieu de $[AC]$, J celui de $[BD]$ et K celui de $[MN]$.
 On cherche le lieu géométrique du point K quand t décrit \mathbb{R} .

Partie 1 : on établit une conjecture grâce à l'ordinateur

Dans le logiciel Geospace, ouvrir la figure de l'espace « seanceinfo.g3w »

Créer le réel t : « Créer / Numérique / Variable réelle libre »

Créer le point M : « Créer / Point / Point repéré / Sur une droite »

Créer de même le point N .

Créer les points I, J et K : « Créer / Point / Milieu »

Dans le menu « Piloter », cocher « Piloter au clavier »

Dans le menu « Afficher », cocher « Sélection trace »

Dans la boîte de dialogue sélectionner en gardant la touche Ctrl appuyée les points M, N et K .

Cliquer sur l'icône « T » puis faire varier le réel t en utilisant les touches multidirectionnelles (flèches). (On peut régler l'incrément avec les touches +/-)

Que peut-on conjecturer pour le point K lorsque t décrit \mathbb{R} ?

Partie 2 : démonstration

1) Quels sont les lieux décrits par M et N lorsque t décrit \mathbb{R} ? Justifier !

.....

2) En utilisant la relation de Chasles, montrer que $\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IN} = t(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$

.....

3) Montrer que $\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IN} = 2\overrightarrow{IK}$

.....

4) Montrer que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{IJ}$

.....

5) Conclure en justifiant !

.....