

Variables aléatoires continues : EXERCICES

Quand les probabilités rencontrent les intégrales

Gestion du document : pour masquer les CORRIGÉS et les exercices En Préparation : CORR=V et EP=V

Exercice 1. Pour chaque question il y a une ou plusieurs bonnes réponses

Diana et Aïssatou se téléphonent très régulièrement. La durée d'une de leurs communications suit une loi uniforme sur l'intervalle $[0 ; 60]$.

a) Quelle est la probabilité qu'une de leurs communications n'excèdent pas 20 minutes ?

- A $\frac{1}{2}$ B $\frac{2}{3}$ C $\frac{1}{3}$ D $\frac{3}{4}$

b) Diana et Aïssatou se téléphonent depuis déjà 20 minutes. La mère de Diana qui souhaiterait elle aussi téléphoner, se demande quelle est la probabilités que le téléphone se libère dans les 20 prochaines minutes. La réponse est :

- A $\frac{1}{2}$ B $\frac{2}{3}$ C $\frac{1}{3}$ D $\frac{3}{4}$

c) La durée moyenne (en minutes) d'une communication entre ces deux amis est est :

- A 20 B 30 C 40 D 50

Exercice 2.

[Source :] Mugnier]

Soit a un nombre réel positif et f la fonction définie sur $[0;2]$ par $f(x)=ax(2-x)$.

1) On donne $\int_0^2 x^2 dx = \frac{8}{3}$ et $\int_0^2 x dx = 2$. Déterminer a pour que f soit la densité d'une loi de probabilité sur l'intervalle $[0;2]$.

2) On considère X une variable aléatoire de densité f . Calculer à l'aide de la calculatrice $P(0,5 \leq X \leq 1,5)$.

Exercice 3. [Source :] Mugnier ; Extrait d'un DS de ses TS de 2012-13]

On considère la fonction f définie sur $[-2;1]$ par

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} + 1 & \text{si } -2 \leq x < -1 \\ \frac{1}{2} & \text{si } -1 \leq x \leq 0 \\ \frac{1}{2} - \frac{x}{2} & \text{si } 0 < x < 1 \end{cases}$$

- 1) Représenter dans un repère adapté la fonction f .
- 2) Justifier le fait que la fonction f est la densité d'une loi de probabilité sur $[-2;1]$.
- 3) On note X la variable aléatoire continue de densité f .
 - a) Matérialiser le nombre $P(-1 \leq X \leq 1)$ sur le graphique puis préciser sa valeur.
 - b) Déterminer par une méthode de votre choix $E(X)$.

Exercice 4.

[Source :] Mugnier]

On considère une variable aléatoire X suivante une loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0;1^2)$.

- 1) Déterminer une valeur approchée à 0,001 près des probabilités suivantes :
 - a) $P(0 \leq X \leq 1,6)$
 - b) $P(X \leq 2,51)$
 - c) $P(0,75 < X)$
 - d) $P(-0,4 < X < 0,4)$
- 2) Déterminer une valeur approchée à 0,01 près du réel x tel que :
 - a) $P(X \leq x) = 0,7967$
 - b) $P(x < X) = 0,0655$
 - c) $P(0 \leq X \leq x) = 0,4236$
 - d) $P(x \leq X \leq 2) = 0,1$

Exercice 5.

20% des élèves du lycée Mermoz pèsent moins de 50 kg, 10% des élèves du lycée pèsent plus de 85 kg.

- 1) Quel est le poids moyen des élèves du lycée ?
- 2) a) Dans quel intervalle de poids se situent 95% des élèves du lycée ?
b) Dans quel intervalle de poids se situent 75% des élèves du lycée ?

○ Exercice 6.

Une usine utilise une machine automatique pour remplir des sachets de sel. Sur chaque sachet, le poids net de sel annoncé est 200 g. Toutefois, une étude statistique montre qu'en fait, le poids net de sel par sachet suit une loi normale de moyenne 201,6 g et d'écart type 0,9 g.

Le service des fraudes prévient l'entreprise qu'elle aura une amende si plus de 3% de ses sachets de sel ne contiennent pas les 200 grammes annoncés.

1) Inquiet, le directeur commence par demander un état des lieux pour savoir quelle est actuellement la proportion de sachets de sel non conformes : Quelle est la probabilité que le poids d'un sachet de sel soit inférieur au poids net annoncé ?

2) Ensuite, pour ne pas se faire épingler par le service des fraudes, il a besoin de savoir sur quelle valeur il doit régler le poids moyen de sel par sachet que délivre la machine pour qu'au plus 3% de ses sachets de sel ne contiennent pas les 200 grammes annoncés. On suppose que sur cette machine on peut choisir la moyenne (=le poids moyen de sel par sachet) et que l'écart-type est fixe. Sur quelle moyenne faut-il régler la machine pour que moins de 3 % des sachets de sel aient un poids de sel inférieur à 200 g ?

○ Exercice 7.

[Source :] Mugnier

Les notes sur 20 d'un élève A (resp. B) suit une loi normale $\mathcal{N}(11; 2^2)$ (resp. $\mathcal{N}(10,5; 1^2)$).

Qui a le moins de chance d'avoir des notes inférieures à la moyenne ? Prouvez-le.

○ Exercice 8.

[Source :] Mugnier

On admet que le temps passé chaque jour par les élèves de Terminale S devant leur excellent cours de math suit une loi normale de moyenne 3 minutes (hélas!) avec un écart-type de 45 secondes. Déterminer les trois nombres Q_1, Q_2, Q_3 définis par :

$P(X < Q_1) = P(Q_1 < X < Q_2) = P(Q_2 < X < Q_3) = P(Q_3 < X)$. Que représentent ces 3 nombres ?

○ Exercice 9.

[Source :] Mugnier

On estime que le temps nécessaire à un étudiant pour terminer une épreuve d'examen est une variable normale dont l'écart-type est 45 mn. On sait en outre que sur les 240 candidats présents à cet examen, 200 ont terminé leur épreuve dans les deux heures imparties. Quelle est la durée moyenne nécessaire à un étudiant pour terminer l'épreuve ?

○ Exercice 10. Pour chaque question il y a une ou plusieurs bonnes réponses

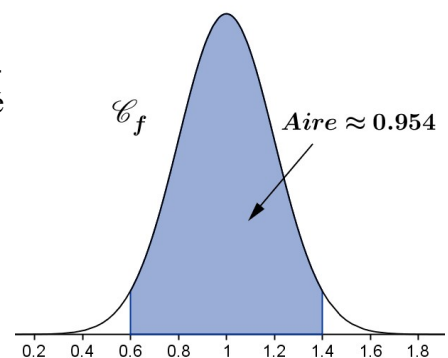
Soit X une variable aléatoire qui suit une loi normale. Sur la figure ci-contre \mathcal{C}_f désigne la courbe représentative de la fonction densité associée à X.

a) L'espérance de la variable aléatoire X est égale à :

- A 0,6 B 0,95 C 1 D 1,4

b) L'écart-type de la variable aléatoire X est égale à :

- A 0,1 B 0,2 C 0,4 D 0,6



○ Exercice 11.

[Source :] Mugnier

On demande de faire cet exercice sans utiliser la calculatrice mais le tableau suivant (supposé connu!)

t	1	1,65	1,96	2	2,58	3
$P(\mu - t\sigma < X < \mu + t\sigma)$	0,683	0,90	0,95	0,954	0,99	0,997

La masse, en grammes, d'un objet produit sur une chaîne de fabrication suit la loi normale de moyenne 750 et d'écart-type 15. Soit M la variable aléatoire associant à tout objet issu de la chaîne de production sa masse en grammes.

1) Calculer la probabilité qu'un objet pris au hasard dans la production ait une masse :

- a) comprise entre 720 et 780 g b) supérieure à 765 g c) inférieure à 795 g

2) En conservant le même écart-type, quelle masse moyenne faudrait-il obtenir sur cette chaîne pour que la probabilité d'obtenir un objet de masse supérieure à 765 g n'excède pas 0,025 ?

○ Exercice 12.

Une coopérative vend chaque année des fruits selon une variable aléatoire X exprimée en tonnes suivant la loi normale $N(16000; 5000^2)$. La coopérative réalise pour chaque tonne vendue une marge de 12 € tandis que ses charges annuelles se montent annuellement à 180 000 €.

- 1) Quelle est la probabilité que l'entreprise ne fasse pas de perte cette année ?
- 2) Soit B la variable aléatoire correspondant au «bénéfice algébrique» de la coopérative, quelle est la loi suivie par B ?
- 3) Sachant que la coopérative dégage un bénéfice, quelle est la probabilité que celui-ci s'élève à plus de 30 000 € ?
- 4) Avec les dérèglements climatiques, les étés sont parfois très secs. Cela arrive désormais 2 fois sur 9 et quand l'été est sec, X suit la loi normale $\mathcal{N}(11000; 2000^2)$.
 - a) Quelle est la probabilité que la coopérative fasse des bénéfices ?
 - b) Sachant que la coopérative n'a pas fait de bénéfice, quelle est la probabilité d'avoir subi durant l'année un été très sec ?

○ Exercice 13. [Source : Bac Blanc Mermoz 2012-2013]

Une entreprise fabrique des billes de bois destinées ensuite à constituer des colliers ou des bracelets. Le diamètre des billes produites est une variable aléatoire D , exprimée en millimètres, qui suit une loi normale d'espérance 8 (diamètre théorique de la production) et d'écart-type 0,4.

Toute bille produite est contrôlée en passant dans deux calibres, l'un de 8,5 et l'autre de 7,5 : elle est acceptée si elle est assez petite pour passer dans le calibre de 8,5 et si, ensuite, elle est assez grande pour ne pas passer celui de 7,5.

- 1) Quelle est la probabilité qu'une bille soit acceptée ?
- 2) Quelle est la probabilité qu'une bille ne passe pas le premier calibre ?
- 3) Quelle est la probabilité qu'une bille ayant passé le premier calibre soit définitivement acceptée au moment de la vérification par le second calibre ?
- 4) On considère qu'une bille trop petite, qui passe les deux calibres, est définitivement perdue. La perte financière est estimée alors à 0,1 € (ce qui correspond en fait au coût de fabrication d'une bille). En revanche une bille trop grande, qui ne passe pas le premier, est récupérée dans un dispositif qui la réduit par ponçage puis est acceptée après cette rectification ; le coût de cette rectification est de 0,03 €. Une bille conforme est vendue quant à elle 0,12 €. Soit Z la variable aléatoire correspondant pour une bille prise au hasard dans la production au gain algébrique réalisé par l'entreprise. Calculer l'espérance de Z .

○ Exercice 14.

Sur une chaîne d'embouteillage dans une brasserie, la quantité X (en cL) de liquide fournie par la machine pour remplir chaque bouteille de contenance 110 cL peut être modélisée par une variable aléatoire de loi normale de moyenne μ et d'écart-type σ .

La législation impose qu'il y ait moins de 0,1% de bouteilles contenant moins d'un litre. Par ailleurs, pour limiter le gaspillage et les problèmes de saleté, le gérant souhaite que moins de 1% de bouteilles débordent lors du remplissage.

- 1) Déterminer μ et σ afin qu'il y ait 0,1% de bouteilles qui contiennent moins d'un litre ET 1% de bouteilles qui débordent lors du remplissage.
- 2) a) L'écart type étant fixé à la valeur trouvée à la question 1), est-il possible en faisant varier la moyenne d'améliorer la situation, c'est-à-dire d'avoir moins de 0,1% de bouteilles de moins d'un litre et moins de 1% de bouteilles qui débordent lors du remplissage ? Si oui, faut-il augmenter ou diminuer la moyenne par rapport à la valeur trouvée à la question 1) ?
b) La moyenne étant fixée à la valeur trouvée à la question 1), est-il possible en faisant varier l'écart type d'améliorer la situation, c'est-à-dire d'avoir moins de 0,1% de bouteilles de moins d'un litre et moins de 1% de bouteilles qui débordent lors du remplissage ? Si oui, faut-il augmenter ou diminuer l'écart type par rapport à la valeur trouvée à la question 1) ?

○ Exercice 15.

Ramy joue à un jeu vidéo de football. Lors d'un match contre l'ordinateur, il se retrouve à la phase des tirs au but. C'est au tour de l'ordinateur de tirer et Ramy dirige le gardien.

Suite à un tir, au moment où le ballon atteint la ligne de but, on mesure sa distance à l'axe central vertical du but, que l'on note X (en mètres). Sachant que la largeur des buts est de 7,32 mètres, le tir est donc cadré si $|X| < 3,66$ (On suppose que les tirs ne partent jamais trop haut sans ce jeu).

On suppose que l'ordinateur dirige le tir aléatoirement, de telle sorte que X suit une loi normale $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$.

1) a) En mode « amateur » les concepteurs du jeu veulent que l'ordinateur cadre ses buts avec une probabilité de 0,95. Quelle valeur de σ doivent-ils fixer pour ce mode ?

b) En mode « professionnel » les concepteurs du jeu veulent que l'ordinateur cadre ses buts avec une probabilité de 0,99. Quelle valeur de σ doivent-ils fixer pour ce mode ?

Au moment du tir, si le gardien est à gauche il arrête tous les tirs cadrés pour lesquels $X < -1$; si le gardien est à droite il arrête tous les tirs cadrés pour lesquels $X > 1$ et si le gardien est au centre il arrête tous les tirs cadrés pour lesquels $|X| \leq 1$.

2) a) Ramy adopte la stratégie suivante : il dirige systématiquement le gardien vers la droite lors du tir au but de l'ordinateur. Quelle est la probabilité qu'il encaisse un but en mode « amateur » ? et en mode « professionnel » ?

b) Mohamed lui conseille de plutôt laisser systématiquement le gardien au centre. Ramy a-t-il intérêt à suivre ce conseil ?

Exercice 16. WIMS

<http://wims.auto.u-psud.fr/wims/wims.cgi?module=H6/probability/oefprobtes.fr>

Exercice 17. Excès de vitesse ?

La mesure de la vitesse d'une voiture par un radar de police peut être modélisée par une variable aléatoire de loi normale de moyenne la vitesse réelle du véhicule, et d'écart type σ . Sur une route limitée à 90 km/h, les gendarmes installent un radar. Ils mettent une contravention à tous les véhicules dont la vitesse mesurée par le radar dépasse v .

1) Lorsque $\sigma = 2 \text{ km/h}$, comment doit être choisi v pour qu'en moyenne, pas plus de 1% des innocents roulant à 90 km/h soient condamnés ? On choisira v le plus faible possible.

2) Avec le choix précédent, en moyenne, quel pourcentage des coupables roulant à 91 km/h sont condamnés ?

3) On cherche le radar le moins cher, c'est à dire avec le plus grand σ , tel que, en moyenne, moins de 1% des innocents roulant à 90 km/h et plus de 90% des coupables roulant à 95 km/h soient condamnés. Quelle est la valeur de σ et de v ?

♣ Corrigé exercice 1. a) C b) A c) B

♣ Corrigé exercice 2. $a = \frac{3}{4}$ et $P(0,5 \leq X \leq 1,5) \approx 0,6875$.

♣ Corrigé exercice 3. **3 a)** $P(-1 \leq X \leq 1) = 3/4$. **3 b)** $E(X) = -0,5$ car si la densité est symétrique par rapport à une droite verticale d'équation $x = a$, l'espérance est a .

♣ Corrigé exercice 4. **1a)** 0,445 **1b)** 0,994 **1c)** 0,227 **1d)** 0,311
 2a) $x=0,83$ **2b)** $x=1,51$ **2c)** 1,43 **2d)** 1,161

♣ Corrigé exercice 5. Réponses non rédigées : **1)** $\begin{cases} 85 - \mu & = 1,281 \sigma \\ 50 - \mu & = -0,842 \sigma \end{cases}$ d'où $\mu \approx 63,9 \text{ kg}$ et $\sigma \approx 16,5 \text{ kg}$.

2) a) 95% des élèves du lycée pèsent entre 31,6 kg et 96,2 kg. (1,96 écart-types de part et d'autre de la moyenne)

b) 75% des élèves du lycée pèsent entre 44,9 kg et 82,9 kg. (1,15 écart-types de part et d'autre de la moyenne)

♣ Corrigé exercice 6. **1)** 3,77% des sachets pèsent moins de 200g. **2)** $\mu \approx 201,69 \text{ g}$

♣ Corrigé exercice 7. Probas exactement égales : centrer réduire pour le voir.

♣ Corrigé exercice 8. $Q_1 = 2 \text{ min } 30$, $Q_2 = 3 \text{ min}$, $Q_3 = 3 \text{ min } 30$. Ce sont les quartiles.

♣ Corrigé exercice 9. La durée moyenne nécessaire à un étudiant pour terminer l'épreuve est de 1 h 16.

♣ Corrigé exercice 10. a) C b) B

♣ Corrigé exercice 11. Faire des dessins. **1 a)** $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) = 0,954$

1 b) $P(X > \mu + \sigma) = 0,5 - \frac{0,683}{2} \approx 0,1585$ **1 c)** $P(X < \mu + 3\sigma) = 0,5 + \frac{0,997}{2} \approx 0,9985$

♣ Corrigé exercice 12.

1) $B = 12X - 180\,000$; $P(B \geq 0) = 0,579$.

2) B suit une loi normale de moyenne $\mu = 12\,000$ et d'écart-type $\sigma = 60\,000$

3) $P_{[B \geq 0]}(B > 30\,000) \approx \frac{2}{3}$ **4a)** $P(B \geq 0) = 0,455$ (faire un arbre) **4b)** $P_{[B \leq 0]}(S) = 0,404$

♣ Corrigé exercice 13. **1)** $P(7,5 < D < 8,5) \approx 0,7887$ **2)** $P(D > 8,5) \approx 0,1056$

3) $P_{(D < 8,5)}(D > 7,5) = \frac{P(7,5 < D < 8,5)}{P(D < 8,5)} \approx \frac{0,7787}{1 - 0,1056} \approx 0,8818$

4) $E(Z) = 0,004$ car :

z_i	-0,10	-0,01 = 0,12 - 0,03 - 0,10	0,02 = 0,12 - 0,10
	$D < 7,5$	$D > 8,5$	$7,5 < D < 8,5$
$P(Z = z_i)$	0,10565	0,10565	0,7887

♣ Corrigé exercice 14. Réponses non rédigées :

1) $\begin{cases} 100 - \mu & = -3,09\sigma \\ 110 - \mu & = 2,3263\sigma \end{cases}$ d'où $\mu \approx 105,7 \text{ cL}$ et $\sigma \approx 1,9 \text{ cL}$. **2) a)** Non **b)** Oui, réduire σ .

♣ Corrigé exercice 15.

1) a) En mode « amateur », on veut que $P(-3,66 < X < 3,66) = 0,95$. Or on sait d'après le cours que ceci se produit pour une loi normale à condition de prendre 1,96 écarts-type de part et d'autre de la moyenne. Comme $\mu = 0$, on a $3,66 = 1,96 \sigma_A$ donc $\sigma_A = \frac{3,66}{1,96} \approx 1,87 m$.

Autre méthode : On peut aussi trouver ce résultat en passant par une loi centrée réduite :

$P(-3,66 < X < 3,66) = 0,95 \Leftrightarrow P\left(\frac{-3,66-0}{\sigma} < \frac{X-0}{\sigma} < \frac{3,66-0}{\sigma}\right) = 0,95$. Or $Z = \frac{X-0}{\sigma}$ suit une loi normale centrée réduite donc d'après le cours $\frac{3,66-0}{\sigma} = 1,96$

b) En mode « professionnel », on veut que $P(-3,66 < X < 3,66) = 0,99$. Or on sait d'après le cours que ceci se produit pour une loi normale à condition de prendre 2,58 écarts-type de part et d'autre de la moyenne. Comme $\mu = 0$, on a $3,66 = 2,58 \sigma_P$ donc $\sigma_P = \frac{3,66}{2,58} \approx 1,42 m$.

Là encore on peut arriver au résultat en se ramenant à une loi centrée réduite.

2) a) **Ramy adopte la stratégie suivante : il dirige systématiquement le gardien vers la droite lors du tir au but de l'ordinateur. Quelle est la probabilité qu'il encaisse un but en mode « amateur » ? et en mode « professionnel » ?**

On considère les événements suivants :

B_{DA} : « Ramy encaisse un but en mettant le gardien à droite en mode amateur »

B_{CA} : « Ramy encaisse un but en mettant le gardien au centre en mode amateur »

B_{DP} : « Ramy encaisse un but en mettant le gardien à droite en mode professionnel »

B_{CP} : « Ramy encaisse un but en mettant le gardien au centre en mode professionnel »

$P(B_{DA}) = P(-3,66 < X < 1) \approx 0,68$ (obtenu à la calculatrice avec $\mu = 0$ et $\sigma = 1,87$)

$P(B_{DP}) = P(-3,66 < X < 1) \approx 0,75$ (obtenu à la calculatrice avec $\mu = 0$ et $\sigma = 1,42$)

b) **Mohamed lui conseille de plutôt laisser systématiquement le gardien au centre. Ramy a-t-il intérêt à suivre ce conseil ?**

On va comparer pour chaque mode la probabilité que Ramy encaisse un but en mettant le gardien à droite à celles qu'il encaisse un but en mettant le gardien au centre.

▪ En mode « amateur »

N'oublions pas que pour que Ramy encaisse le but il faut déjà que celui soit cadré, d'où les 3,66 dans les calculs !

$P(B_{CA}) = P(-3,66 < X < -1) + P(1 < X < 3,66)$.

Par symétrie de la courbe de la loi normale, $P(-3,66 < X < -1) + P(1 < X < 3,66) = 2 \times P(1 < X < 3,66)$ donc $P(B_{CA}) = 2 \times P(1 < X < 3,66) \approx 0,54$ (obtenu à la calculatrice avec $\mu = 0$ et $\sigma = 1,87$)

▪ En mode « professionnel » : De même, $P(B_{CP}) = 2 \times P(1 < X < 3,66) \approx 0,47$ (obtenu à la calculatrice avec $\mu = 0$ et $\sigma = 1,42$)

▪ Bilan

On voit dans le tableau ci-contre qu'il vaut mieux mettre le gardien au centre, aussi bien en mode amateur qu'en mode professionnel : Mohamed a raison.

Probabilité d'encaisser un but	Amateur $\sigma = 1,87$	Professionnel $\sigma = 1,42$
Gardien à droite	0,68	0,75
Gardien au centre	0,54	0,47

♣ Corrigé exercice 17.

TD en TS : Loi normale et préparation du bac blanc

○ Exercice 1. [Source : Bac Blanc Mermoz 2012-2013]

Une entreprise fabrique des billes de bois destinées ensuite à constituer des colliers ou des bracelets. Le diamètre des billes produites est une variable aléatoire D , exprimée en millimètres, qui suit une loi normale d'espérance 8 (diamètre théorique de la production) et d'écart-type 0,4.

Toute bille produite est contrôlée en passant dans deux calibres, l'un de 8,5 et l'autre de 7,5 : elle est acceptée si elle est assez petite pour passer dans le calibre de 8,5 et si, ensuite, elle est assez grande pour ne pas passer celui de 7,5.

- 1) Quelle est la probabilité qu'une bille soit acceptée ?
- 2) Quelle est la probabilité qu'une bille ne passe pas le premier calibre ?
- 3) Quelle est la probabilité qu'une bille ayant passé le premier calibre soit définitivement acceptée au moment de la vérification par le second calibre ?
- 4) On considère qu'une bille trop petite, qui passe les deux calibres, est définitivement perdue. La perte financière est estimée alors à 0,1 € (ce qui correspond en fait au coût de fabrication d'une bille). En revanche une bille trop grande, qui ne passe pas le premier, est récupérée dans un dispositif qui la réduit par ponçage puis est acceptée après cette rectification ; le coût de cette rectification est de 0,03 €. Une bille conforme est vendue quant à elle 0,12 €. Soit Z la variable aléatoire correspondant pour une bille prise au hasard dans la production au gain algébrique réalisé par l'entreprise. Calculer l'espérance de Z .

○ Exercice 2.

Sur une chaîne d'embouteillage dans une brasserie, la quantité X (en cL) de liquide fournie par la machine pour remplir chaque bouteille de contenance 110 cL peut être modélisée par une variable aléatoire de loi normale de moyenne μ et d'écart-type $\sigma=2$.

La législation impose qu'il y ait moins de 0,1% de bouteilles contenant moins d'un litre et pour limiter le gaspillage et les problèmes de saleté, le gérant souhaite que moins de 1% de bouteilles qui débordent lors du remplissage.

- 1) Déterminer μ et σ afin qu'il y ait 0,1% de bouteilles qui contiennent moins d'un litre ET 1% de bouteilles qui débordent lors du remplissage.
- 2) a) L'écart type étant fixé à la valeur trouvée à la question 1), est-il possible en faisant varier la moyenne d'améliorer la situation, c'est-à-dire d'avoir moins de 0,1% de bouteilles de moins d'un litre et moins de 1% de bouteilles qui débordent lors du remplissage ? Si oui, faut-il augmenter ou diminuer la moyenne par rapport à la valeur trouvée à la question 1 ?
b) La moyenne étant fixée à la valeur trouvée à la question 1), est-il possible en faisant varier l'écart type d'améliorer la situation, c'est-à-dire d'avoir moins de 0,1% de bouteilles de moins d'un litre et moins de 1% de bouteilles qui débordent lors du remplissage ? Si oui, faut-il augmenter ou diminuer l'écart type par rapport à la valeur trouvée à la question 1 ?

TD en TS : Loi normale et préparation du bac blanc CORRIGÉ

♣ Corrigé exercice 1. 1) $P(7,5 < D < 8,5) \approx 0,7887$ 2) $P(D > 8,5) \approx 0,1056$

$$3) P_{(D < 8,5)}(D > 7,5) = \frac{P(7,5 < D < 8,5)}{P(D < 8,5)} \approx \frac{0,7787}{1 - 0,1056} \approx 0,8818$$

4) $E(Z) = 0,004$ car :

z_i	-0,10	$-0,01 = 0,12 - 0,03 - 0,10$	$0,02 = 0,12 - 0,10$
	$D < 7,5$	$D > 8,5$	$7,5 < D < 8,5$
$P(Z = z_i)$	0,10565	0,10565	0,7887

♣ Corrigé exercice 2. Réponses non rédigées :

$$1) \begin{cases} 100 - \mu & = -3,09\sigma \\ 110 - \mu & = 2,3263\sigma \end{cases} \text{ d'où } \mu \approx 105,7 \text{ cL et } \sigma \approx 1,9 \text{ cL.} \quad 2) \text{ a) Non} \quad \text{b) Oui, réduire } \sigma.$$

NB: Comment masquer ou afficher les corrigés et les exercices en préparation

- Dans la version Open Office de ce document, les **corrigés** (s'ils existent) sont visibles sauf quand la variable CORR prend la valeur M (« M » pour « Masqué »). Une variable est un champ particulier (de type texte) et se crée de la même façon : « Insérer » puis « champs ». Attention ! Il faut placer la variable AVANT les sections qu'elle pilote.
- La variable CORR vaut en ce moment : CORR=V. Elle se pilote en haut du document.
- Pour créer une section masquée, sélectionner le texte à masquer, puis « insertion », puis «section » puis cliquer sur masquer : La condition s'écrit : CORR==« M » (Il faut les guillemets autour du M, un double égal et pas d'espaces).
- Pour faire réapparaître la section, changer la valeur de CORR à une autre valeur que M.
- Idem pour la variable EP (En Préparation) qui permet de masquer les exercices qui ne sont pas finis ou que j'envisage de mettre dans le DS. Elle vaut pour le moment EP=V et les sections correspondantes sont masquées quand EP=M. Elle se pilote en haut du document.
- Quand un exercice est prêt on peut supprimer la section correspondante (pour qu'il soit visible tout le temps) avec « Format » puis « Sections »
- Chers élèves, évidemment dans le pdf cela ne marche pas, c'est tout l'intérêt...