Classe de seconde — Corrigé du devoir commun.

EXERCICE 1 : $f(x) = -x^2 - 2x + 3$

1) Ensemble de définition de f :

D'après le graphique, la fonction f est définie sur $[-4 ; 2]$. $\boxed{\mathcal{D}_f = [-4 ; 2]}$

Tableau de variation de f :

x	-4		-1		2
$f(x)$	-5	↗	4	↘	-5

2) Montrons que pour tout $x \in \mathcal{D}_f$, $f(x) = (x+3)(1-x)$.

Pour tout $x \in \mathcal{D}_f$: $\boxed{(x+3)(1-x)} = x - x^2 + 3 - 3x = -x^2 - 2x + 3 = \boxed{f(x)}$.

3) a) Résolution graphique de l'inéquation $f(x) \geqslant 3$.

Les solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant 3$ sont les abscisses des points de $\mathcal{C}_f$ situés au-dessus ou sur la droite d'équation $y = 3$.

Sur le graphique on lit : $\boxed{S = [-2 ; 0]}$

b) Résolution algébrique de l'inéquation $f(x) \geqslant 3$.

$f(x) \geqslant 3 \iff -x^2 - 2x + 3 \geqslant 3 \iff -x^2 - 2x + 3 - 3 \geqslant 0 \iff -x^2 + 2x \geqslant 0 \iff \boxed{x(-x-2) \geqslant 0}$

Tableau de signes :

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
x		$-$		$-$	0	$+$	
$-x-2$		$+$	0	$-$		$-$	
$x(-x-2)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$\boxed{S = [-2 ; 0]}$

4) a) Tracé de $\mathcal{C}_g$ sur le graphique.

La fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -\frac{1}{3}(x+3)$ est une fonction affine donc sa courbe représentative $\mathcal{C}_g$ est une droite.

Points utilisés pour le tracé de $\mathcal{C}_g$:

x	-3	0
$g(x)$	0	-1

$g(0) = -1/3\,(0+3) = -\frac{1}{3} \times 3 = -1$

$g(-3) = -\frac{1}{3}(-3+3) = -\frac{1}{3} \times 0 = 0$

b) Calcul des abscisses des points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.

Les abscisses des points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ sont les solutions de l'équation :

$$f(x) = g(x) \iff (x+3)(1-x) = -\frac{1}{3}(x+3)$$

$$\iff (x+3)(1-x) + \frac{1}{3}(x+3) = 0$$

$$\iff (x+3)\left(1 - x + \frac{1}{3}\right) = 0$$

$$\iff x + 3 = 0 \quad \text{ou} \quad -x + \frac{4}{3} = 0$$

$$\iff \boxed{x = -3} \quad \text{ou} \quad \boxed{x = \frac{4}{3}}$$

Les abscisses des points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ sont -3 et $\frac{4}{3}$.

EXERCICE 2 :

1) Nombre d'élèves dans la classe.

Effectif total $= 1+2+3+2+3+4+5+3+3+2+1+1 = \boxed{30}$ Il y a 30 élèves dans la classe.

2) a) Étendue de la série de notes.

$E = 18 - 2 = 16$ L'étendue de la série de notes est 16.

b) Médiane de la série :

Rangement des 30 notes dans l'ordre croissant :

$$\underbrace{2-4-4-5-5-5-7-\overset{Q_1}{\boxed{7}}-8-8-8-9-9-9-9}_{15 \text{ notes les plus basses}}-\underbrace{10-10-10-10-10-11-11-\overset{Q_3}{\boxed{11}}-12-12-12-14-14-15-18}_{15 \text{ notes les plus hautes}}$$

La médiane de la série est : $Me = \frac{9+10}{2} = \boxed{9,5}$

c) Quartiles de la série.

Pour Q_1 : $N \times \frac{1}{4} = 30 \times \frac{1}{4} = 7,5$ donc Q_1 est la 8ème valeur dans la série rangée dans l'ordre croissant

On a : $\boxed{Q_1 = 7}$

Pour Q_3 : $N \times \frac{3}{4} = 30 \times \frac{3}{4} = 22,5$ donc Q_3 est la 23ème valeur dans la série rangée dans l'ordre croissant

On a : $\boxed{Q_3 = 11}$

3) Voir annexe 2

4) Note obtenue par cet élève à son dernier devoir trimestriel.

Soit m la note obtenue par cet élève au dernier devoir trimestriel. m est solution de l'équation

$$\frac{14 \times 3 + 11 \times 2 + m \times 5}{3+2+5} = 11,4 \iff \frac{42+22+5m}{10} = 11,4 \iff 64 + 5m = 11,4 \times 10$$

$$\iff 5m = 114 - 64 \iff 5m = 50 \iff m = \frac{50}{5} \iff \boxed{m = 10}$$

Cet élève a obtenu la note de 10/20 à son dernier devoir trimestriel.

EXERCICE 3 :

1) Expression de $C_1(x)$ en fonction de x :

$\boxed{C_1(x) = 0,2x + 50}$

Expression de $C_2(x)$ en fonction de x :

$\boxed{C_2(x) = 1,15x}$

2) Voir annexe 3

3) Voir annexe 4

4) D'après le graphique - pour moins de 52 kilomètres parcourus la proposition Mermoz Rent est la plus intéressante
- pour plus de 52 kilomètres parcourus la proposition Dakar Auto est la plus intéressante

Vérification par le calcul :

Pour cela on résout l'inéquation : $C_2(x) \leq C_1(x) \iff 1,15x \leq 0,2x + 50$

$\iff 1,15x - 0,2x \leq 50 \iff 0,95x \leq 50 \iff x \leq \frac{50}{0,95}$ avec $\frac{50}{0,95} \approx 52,6$. Ce qui confirme la lecture graphique.

5) L'algorithme qui convient est le troisième algorithme.

- Le premier algorithme ne convient pas car la valeur de N, le nombre de kilomètres parcourus, n'est pas demandée au lue par l'algorithme ce qui rend tout calcul impossible.
- Le deuxième algorithme ne convient pas car il affiche la proposition la plus chère comme étant la plus intéressante.

EXERCICE 4 : Voir annexe 5.

EXERCICE 6 :

1) Preuve que A est le centre du cercle circonscrit au triangle BCD

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-4-(-2))^2 + (-2-4)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-6)^2} = \sqrt{4+36} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(-8-(-2))^2 + (6-4)^2} = \sqrt{(-6)^2 + 2^2} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

$AD = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2} = \sqrt{(4-(-2))^2 + (6-4)^2} = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

On a : AB = AC = AD donc A est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

2) a) Que représente (AR) pour le triangle BCD ?

La droite (AR) passe par le centre du cercle circonscrit A du triangle BCD et le milieu R du côté [BC] : c'est la médiatrice du côté [BC]

b) Que représente (AR) pour le triangle RST ?

- Dans le triangle BCD : la droite (ST) passe par les milieux S et T des côtés [CD] et [BD]. D'après le théorème de la droite des milieux, la droite (ST) est parallèle à la droite (BC).
- Les droites (ST) et (BC) sont parallèles
  La droite (AR) est perpendiculaire à la droite (BC) car (AR) est la médiatrice de [BC].
  Or, si deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre
  Donc la droite (AR) est perpendiculaire à la droite (ST)
- En conclusion : la droite (AR) passe par le sommet R du triangle RST et est perpendiculaire au côté opposé [ST] donc la droite (AR) est la hauteur issue de R dans le triangle RST.

3) a) Le point M_{-3} est le point de coordonnées $(-3 ; 2-(-3))$ c'est à dire $(-3 ; 5)$

b) Calcul des coordonnées de R.

R est le milieu de [BC] donc : $x_R = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{-4+(-8)}{2} = \frac{-12}{2} = \boxed{-6}$ et $y_R = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{-2+6}{2} = \frac{4}{2} = \boxed{2}$

c) Démontrons que $RM_{-3}M_x$ est un triangle rectangle.

$RM_{-3}^2 = (x_{M_{-3}} - x_R)^2 + (y_{M_{-3}} - y_R)^2 = (-3-(-6))^2 + (5-2)^2 = 3^2 + 3^2 = 9 + 9 = \boxed{18}$

$RM_x^2 = (x_{M_x} - x_R)^2 + (y_{M_x} - y_R)^2 = (x-(-6))^2 + (2-x-2)^2 = (x+6)^2 + (-x)^2 = x^2 + 12x + 36 + x^2 = \boxed{2x^2 + 12x + 36}$

$M_{-3}M_x^2 = (x_{M_x} - x_{M_{-3}})^2 + (y_{M_x} - y_{M_{-3}})^2 = (x-(-3))^2 + (2-x-5)^2 = (x+3)^2 + (-x-3)^2 = x^2 + 6x + 9 + x^2 + 6x + 9$

$= \boxed{2x^2 + 12x + 18}$

On remarque que : $RM_x^2 = RM_{-3}^2 + M_{-3}M_x^2$. D'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle $RM_{-3}M_x$ est rectangle en M_{-3}.

Exercice 5 :

Signe de f : D'après le graphique la fonction f est négative sur $]-\infty ; -3]$ et positive sur $[-3 ; +\infty[$ et s'annule en -3

Signe de g : D'après le graphique la fonction g est positive sur $]-\infty ; 2]$ et négative sur $[2 ; +\infty[$ et s'annule en 2.

Pour résoudre l'inéquation $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$ on utilise le tableau de signes suivant

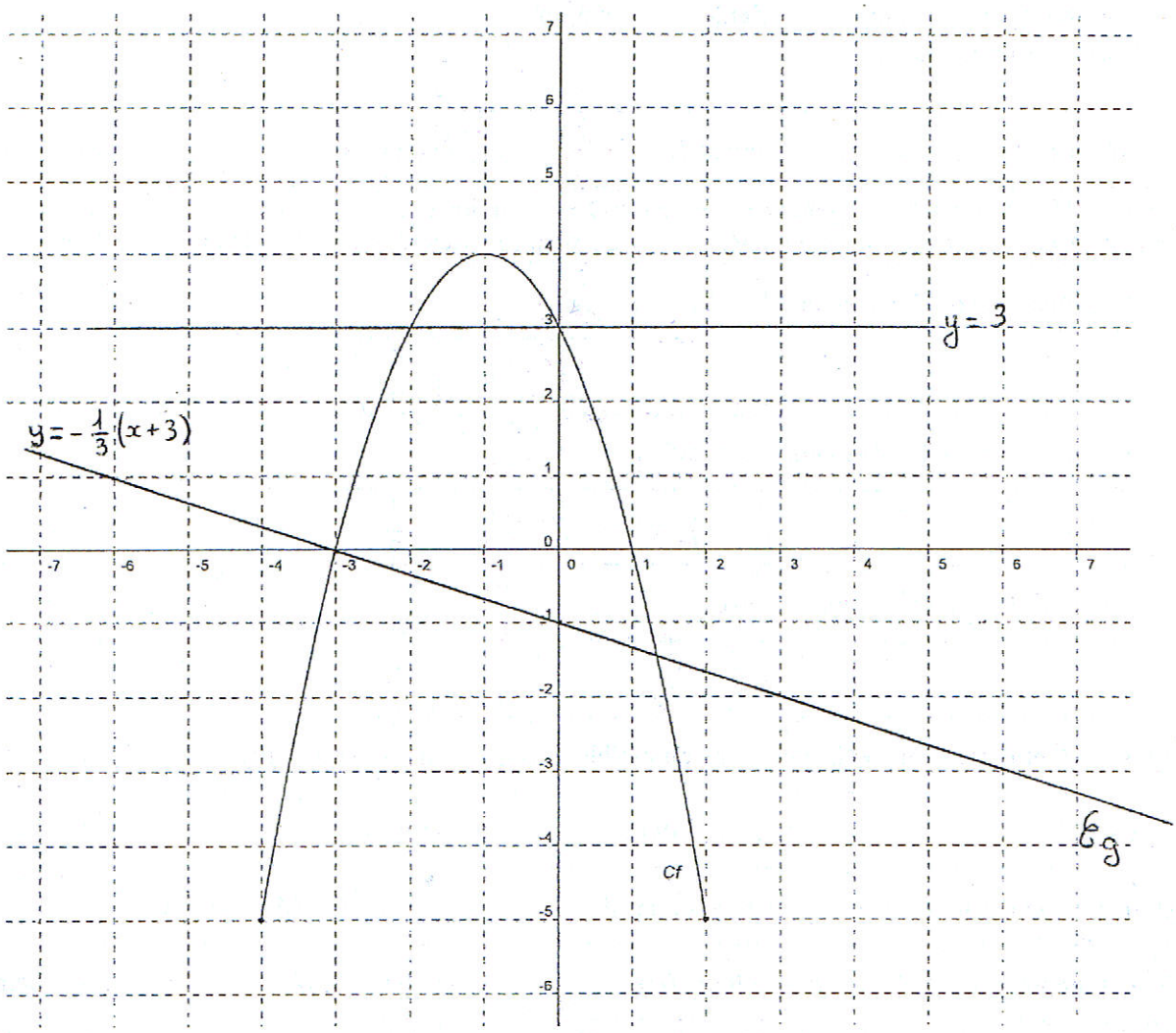
x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
Signe de $f(x)$		$-$	0	$+$		$+$	
Signe de $g(x)$		$+$		$+$	0	$-$	
Signe de $\frac{f(x)}{g(x)}$		$-$	0	$+$	$\|$	$-$	

Ensemble des solutions de l'inéquation : $\boxed{S =]-\infty ; -3[\cup]2 ; +\infty[}$

Annexes à détacher et à rendre avec la copie

Nom et Prénom : ..CORRIGÉ.....

Annexe à l'exercice 1 : **Annexe 1**



Annexe à l'exercice 2 : **Annexe 2**

3) Compléter les phrases suivantes (on arrondira les pourcentages à 0,1 près).

a) ...50....% des élèves ont obtenu une note strictement supérieure à 9 à ce devoir.

b) 75% des élèves ont obtenu au moins ...7..... sur 20 à ce devoir

c) ...60... % des élèves ont obtenu une note comprise entre 8 et 12 (valeurs incluses) à ce devoir.

d) Environ la moitié des élèves ont obtenu plus de ...9,5.... sur 20 à ce devoir.

5

Nom et Prénom : .CORRIGE.....

Annexe à l'exercice 4 : **Annexe 5**

QCM

Les questions 1) , 2), 3) et 4) sont indépendantes.

Pour chacune des propositions, entourer la bonne réponse. Aucune justification n'est attendue.

Une réponse exacte rapporte 0,5 points.

Une réponse fausse enlève 0,25 points

Une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

Un total négatif est ramené à 0.

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
Question 1 : Une urne contient 8 jetons numérotés de 1 à 8. On tire au hasard un jeton. On considère les évènements A et B suivants : A : « le numéro est strictement supérieur à 4 » et B : « le numéro est impair »			
a) La probabilité de l'évènement $A \cap B$ est			
0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
b) La probabilité de l'évènement $A \cup B$ est			
0	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	1
c) La probabilité de l'évènement $\bar{A}$ est			
0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{8}$
Question 2 : A et B sont deux évènements incompatibles tels que $p(A) = 0{,}43$ et $p(B) = 0{,}15$. Alors :			
$p(A \cup B) = 1$	$p(A \cup B) = 0{,}0645$	$p(A \cup B) = 0{,}28$	$p(A \cup B) = 0{,}58$
Question 3 : A et B sont deux évènements tels que $(A) = 0{,}6$, $p(\bar{B}) = 0{,}3$ et $p(A \cap B) = 0{,}28$			
Cela est impossible	$p(A \cup B) = 0{,}9$	$p(A \cup B) = 0{,}62$	A et B sont incompatibles
Question 4 : Un artisan produit du miel et de la confiture, de manière industrielle et de manière biologique. Il a produit au total 900 pots. Il a produit 603 pots de miel, dont 333 sont de fabrication industrielle et 63 pots de confiture de fabrication biologique. On pourra s'aider au brouillon d'un tableau à double entrées. On choisit au hasard un pot de sa production.			
a) La probabilité que ce soit un pot de confiture est :			
0,67	0,33	0,37	0,07
b) La probabilité que ce soit un pot de fabrication industrielle est :			
0,67	0,26	0,63	0,3
c) La probabilité que ce soit un pot de miel de fabrication biologique est :			
0,07	0,26	0,37	0,3

6